

دانشگاه تهران
دانشکده فنی
دانشکده مهندسی عمران



طراحی جداساز لرزه ای با استفاده از فراماده مکانیکی

پنج‌مودی جدید

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی عمران - گرایش زلزله

نگارنده:

محمد مهدی میرزاجانی

استاد راهنما:

دکتر امیرکیوان قربانی تنها

استاد مشاور:

دکتر سهیل محمدی

شهریورماه ۱۴۰۴

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

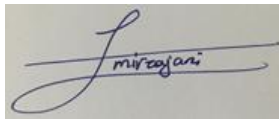
تقدیم به مادر و پدر عزیزم،
که همواره پشتیبان من بوده
و صبورانه مرا در این راه همراهی نمودند.

با سپاس از استاتید ارجمندم،
جناب آقای دکتر محمدی و جناب دکتر قربانی تنها
که در تمام مسیر با صبر و حوصله
من را در انجام این پژوهش راهنمایی نمودند.

تعهدنامه اصالت اثر

اینجانب محمد مهدی میرزاجانی تأیید می‌کند که مطالب مندرج در این پایان‌نامه حاصل کار پژوهشی اینجانب است و به دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این نوشته از آنها استفاده شده است مطابق مقررات ارجاع گردیده است. این پایان‌نامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارائه نشده است.

نام و نام خانوادگی نگارنده: محمد مهدی میرزاجانی

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Mirzajani', is written over a horizontal line.

امضا:

چکیده

ماتامتریال‌های مکانیکی ساختارهای مهندسی‌شده‌ی مصنوعی هستند که برای دستیابی به خواص مکانیکی‌ای طراحی می‌شوند که معمولاً در مواد طبیعی یافت نمی‌شوند. این ماتامتریال‌ها ویژگی‌های منحصربه‌فرد خود را از ریزساختارشان می‌گیرند و امکان ایجاد پاسخ‌های مکانیکی هدفمند برای کاربردهای مهندسی پیشرفته را فراهم می‌کنند. یکی از این کاربردها جداسازی لرزه‌ای است، جایی که موادی با نسبت بهینه‌ی مدول حجمی به مدول برشی می‌توانند ارتعاشات سازه را کاهش دهند.

در این پژوهش، یک چارچوب بهینه‌سازی توپولوژی به‌عنوان یک فرمول‌بندی همگن‌سازی معکوس برای طراحی ماتامتریال‌های مکانیکی با نسبت بالای مدول حجمی به مدول برشی به کار گرفته شده است تا برای استفاده به‌عنوان جداساز لرزه‌ای مناسب باشند. این چارچوب بهینه‌سازی بر پایه‌ی روش SIMP و با استفاده از مدل همگن‌سازی مبتنی بر انرژی برای محاسبه خواص ماکروسکوپی مؤثر ماتامتریال پیاده‌سازی شده است. یکی از نوآوری‌های کلیدی این تحقیق، اصلاح در تابع هدف به‌منظور ارتقای فرآیند بهینه‌سازی در راستای بهبود رفتار بهینه‌سازی در برابر یک تابع هدف پیچیده و بدرفتار و همچنین معرفی یک تابع فیلترکننده برای حفظ اتصال و تقارن است که از ایجاد المان‌های جداشده یا غیرمتصل در طول فرآیند بهینه‌سازی جلوگیری می‌کند و همچنین یک رویکرد مناسب برای حل مسئله مقداردهی اولیه برای فرایندهای طراحی معکوس می‌باشد و می‌توان از آن برای توابع هدف پیچیده و بدرفتار که فرایند بهینه‌سازی تمایل به عدم اتصال و ناپیوستگی دارد استفاده کرد.

روش‌شناسی ارائه‌شده با استفاده از یک چارچوب سه‌بعدی همگن‌سازی معکوس پیاده‌سازی شده است، که در آن تابع هدف با رعایت قیود از پیش تعیین‌شده‌ی کسر حجمی، نسبت مدول حجمی به مدول برشی را بیشینه می‌سازد. ساختارهای طراحی‌شده سپس به‌عنوان جداسازهای لرزه‌ای واقعی مورد ارزیابی قرار گرفتند و نشان دادند که توانایی تأمین همزمان انعطاف‌پذیری جانبی و سختی عمودی لازم برای حفاظت لرزه‌ای را دارند. نتایج نشان‌دهنده ظهور تحقق‌های پیوسته‌ای از ماتامتریال‌های مکانیکی برای جداساز لرزه‌ای است. این خروجی گامی مهم در جهت طراحی ماتامتریال‌ها با خواص الاستیک قابل تنظیم از طریق بهینه‌سازی محاسباتی به شمار می‌رود.

واژه‌های کلیدی: فرامواد- فرامواد مکانیکی- همگن‌سازی- همگن‌سازی معکوس- بهینه‌سازی توپولوژی

فهرست مطالب

فصل ۱: مقدمه.....	۱
۱-۱- بیان مسئله.....	۱
۱-۲- موضوع تحقیق.....	۴
۱-۳- نگاهی بر کلیت تحقیق‌های مرتبط.....	۶
۱-۴- روش انجام تحقیق.....	۸
۱-۵- اهداف کلی تحقیق.....	۱۰
۱-۶- نوآوری، اهمیت و ارزش تحقیق.....	۱۱
فصل ۲: پیشینه تحقیق.....	۱۵
۲-۱- مقدمه.....	۱۵
۲-۲- بهینه سازی توپولوژی.....	۱۶
۲-۳- همگن سازی و همگن سازی انرژی محور.....	۲۰
۲-۴- فیلتر ها در فرایند بهینه سازی.....	۲۲
۲-۵- متامتریال های مکانیکی و کاربرد در کنترل ارتعاشات.....	۲۴

۶-۲	کدهای مرجع و توسعه یافته در بهینه سازی و ماتریال ها	۲۷
۷-۲	جمع بندی و بیان شکاف های پژوهشی	۲۸
۳	فصل ۳: فرمول بندی های حاکم	۳۱
۱-۳	مقدمه	۳۱
۲-۳	طراحی معکوس	۳۱
۳-۳	بهینه سازی توپولوژی	۳۲
۴-۳	همگن سازی مبتنی بر انرژی	۳۳
۵-۳	شرایط مرزی تناوبی	۳۷
۶-۳	روش معیار بهینگی	۳۸
۴	فصل ۴: پیاده سازی و نتایج مدلسازی	۴۳
۱-۴	مقدمه	۴۳
۲-۴	تابع هدف و محدودیت حجمی	۴۴
۳-۴	استراتژی فیلترینگ پیشرفته	۴۶

۴-۴-مقداردهی اولیه.....	۵۱
۴-۵-اعمال فیلتر در محاسبات همگن سازی و حساسیت تابع هدف نسبت به چگالی فیلتر شده....	۵۱
۴-۶-فلوچارت بهینه سازی.....	۵۵
۴-۷-پیاده سازی فرمول بندی.....	۵۶
۴-۸-نتایج.....	۶۴
۴-۹-ارزیابی عددی عملکرد عضو سازه ای جداساز متامتریالی.....	۷۱
۴-۱۰- نتایج و بحث ارزیابی عددی.....	۷۵
فصل ۵: جمع بندی و نتیجه گیری.....	۷۹
۵-۱- مقدمه.....	۷۹
۵-۲- مهم ترین نتایج تحقیق و دستاوردهای تحقیق.....	۸۰
۵-۳- پیشنهاد پژوهش های آینده.....	۸۴
۵-۴- محدودیت های تحقیق.....	۸۵
فصل ۶: مراجع.....	۸۸

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱ انواع فرامواد با کاربردهای مختلف [۲]..... ۲
- شکل ۱-۲ نمونه ای از یک تیر بهینه شده با الگوریتم های بهینه سازی توپولوژی با نسبت حجمی های مختلف [۷]..... ۱۷
- شکل ۲-۲-۲ نمایش کلاسیک هندسه و نمونه‌ی چاپ‌شده‌ی پنتامود [۱۱ و ۱۳] ۲۵
- شکل ۳-۲-۳ نمونه‌ای از ریزساختار پنتامود چاپ‌پذیر [۱۲]..... ۲۶
- شکل ۱-۳-۳ نمایش ریزساختار و ساختار کلی برای نمونه..... ۳۴
- شکل ۲-۳-۳ نمونه RVE (ریزساختار) دو بعدی..... ۳۷
- شکل ۱-۴-۳ نمایش تنش ها در یک فضای ۳ بعدی..... ۴۵
- شکل ۲-۴-۳ نمایش روابط فیلتر ها و چگالی های فیلتر شده..... ۵۳
- شکل ۳-۴-۳ فلوچارت یک لوپ از فرایند بهینه سازی..... ۵۵
- شکل ۳-۴-۳ تغییرات تابع هدف در طول محاسبات بهینه سازی..... ۶۴
- شکل ۴-۴-۳ تغییرات نسبت حجمی در طول محاسبات بهینه سازی..... ۶۴

-
- شکل ۴-۵- توپولوژی بهینه شده ۳ بعدی از زوایای مختلف..... ۶۶
- شکل ۴-۶- یک مقطع از توپولوژی بهینه شده ۳ بعدی از زوایای مختلف..... ۶۷
- شکل ۴-۷- یک مقطع از توپولوژی بهینه شده ۳ بعدی از زوایای مختلف..... ۶۷
- شکل ۴-۸- یک مقطع از توپولوژی بهینه شده ۳ بعدی از زوایای مختلف..... ۶۸
- شکل ۴-۹- تکرار ۳۰۰ ام در روند بهینه سازی..... ۶۸
- شکل ۴-۱۰- تکرار ۷۰۰ ام در روند بهینه سازی..... ۶۹
- شکل ۴-۱۱- تکرار ۱۰۰۰ ام در روند بهینه سازی..... ۶۹
- شکل ۴-۱۲- تکرار ۱۴۰۰ ام در روند بهینه سازی..... ۷۰
- شکل ۴-۱۳- تکرار ۱۸۰۰ ام در روند بهینه سازی..... ۷۰
- شکل ۴-۱۴- تکرار ۲۵۰۰ ام در روند بهینه سازی..... ۷۱
- شکل ۴-۱۵- نمایش شماتیک سناریو های ارزیابی عملکرد..... ۷۲
- شکل ۴-۱۶- شتاب تحریک زلزله طبس..... ۷۳
- شکل ۴-۱۸- نمودار برش در تراز محل اتصال جداساز به ستون..... ۷۶

شکل ۴-۱۹- نمودار شتاب در بالاترین المان بر حسب زمان ۷۷

شکل ۴-۲۰- نمودار برش - دریفت ۷۷

فهرست جداول

جدول ۴-۱- پاسخ های دو سیستم با و بدون جداسازی با متامتریال ۷۵

فصل ۱: مقدمه

۱-۱- بیان مسئله

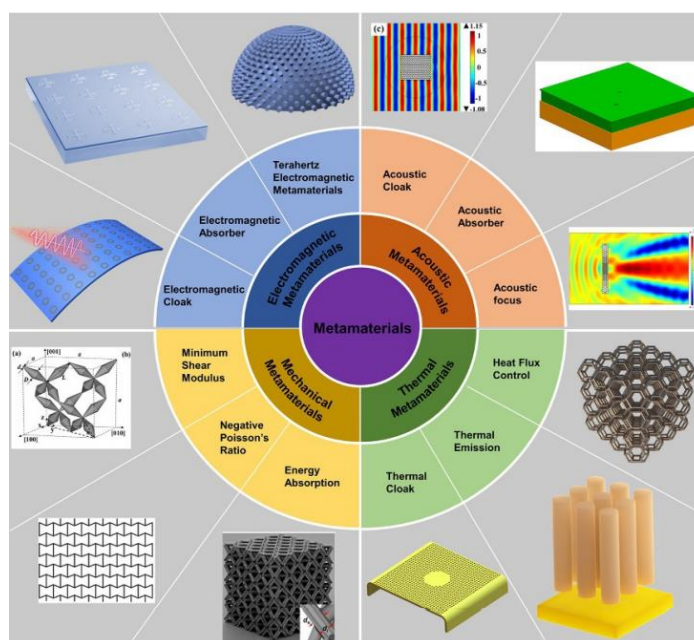
در دهه‌های اخیر، علوم مکانیک و مهندسی سازه با تحولی اساسی در مفهوم «طراحی ماده» مواجه شده اند. برخلاف گذشته که مواد صرفاً به صورت طبیعی یا نیمه‌صنعتی انتخاب و در سازه‌ها به کار گرفته می‌شدند، امروزه روند طراحی به سمت ساخت موادی پیش رفته که خواص مکانیکی آن‌ها از ابتدا مهندسی و هدفمند تعریف می‌شوند. این دسته از مواد که تحت عنوان فرامواد یا متامتریال‌ها^۱ شناخته می‌شوند، قابلیت آن را دارند که به گونه‌ای طراحی شوند تا پاسخ‌های خاصی از خود بروز دهند؛ پاسخ‌هایی که در مواد متداول و طبیعی به سادگی یافت نمی‌شود [۱].

فراموادها ساختارهای مصنوعی طراحی شده‌ای هستند که ویژگی‌های خارق‌العاده‌ای دارند که در طبیعت یافت نمی‌شوند. این ویژگی‌های منحصربه‌فرد بیشتر به معماری ریزساختار آن‌ها وابسته می‌باشد. این ویژگی‌های منحصربه‌فرد کمتر به ترکیبات سازنده آن‌ها وابستگی دارد. در تعریف کلی، فراموادها، ساختارهای متشکل از ریزساختارهای تکرارشونده‌ای هستند که این ریزساختارها به گونه‌ای طراحی شده

1 Metamaterials

اند تا در نهایت ساختار ماکرویی‌ای را تشکیل بدهند تا بتواند ویژگی منحصر به فرد مورد انتظار را برآورده کند [۲].

به همین دلیل پتانسیل‌های زیادی برای کاربرد در مهندسی دارند. همانطوری که در شکل ۱-۱ ارائه شده است فرامواد در زمینه‌های مختلف مهندسی از جمله اکوستیک، انتقال حرارت، الکترومگنتیک و مکانیکی استفاده‌های گسترده‌ای دارند. یکی از مهم‌ترین کاربردهای فرامواد در زمینه کنترل ارتعاشات است. انواع مختلفی از فرامواد در این زمینه مورد استفاده قرار می‌گیرند. از جمله فرامواد مکانیکی، فرامواد منعکس کننده موج، فرامواد شکاف باند و... [۳].



شکل ۱-۱ انواع فرامواد با کاربردهای مختلف [۲]

در این پژوهش تمرکز بر فرامواد مکانیکی الاستیک است. طبقه‌بندی فرامواد مکانیکی الاستیک به خواص الاستیسیته این مواد یعنی مدول یانگ، مدول برشی، مدول حجمی و ضریب پواسون مرتبط است. رفتارهای مکانیکی این مواد یعنی سختی، صلبیت، تراکم‌پذیری و مکانیسم تغییر شکل که به این خواص الاستیسیته مرتبط است دارای ویژگی‌های خاص است که در متریال‌های طبیعی یافت نمی‌شود. این خصوصیات آن‌ها را به گزینه‌ای جذاب برای کاربردهای کنترل ارتعاش، جذب انرژی، بهبود عملکرد لرزه‌ای سازه‌ها و ساخت جداسازهای لرزه‌ای پیشرفته تبدیل کرده است. در این میان، طراحی ریزساختارهایی که بتوانند نسبت مدول حجمی به مدول برشی بالایی ایجاد کنند، به‌ویژه برای کاهش انتقال ارتعاشات ناشی از زلزله به سازه‌های حساس اهمیت حیاتی دارد [۳ و ۲].

با وجود این مزایا، مسیر دستیابی به چنین ریزساختارهایی با چالش‌های جدی همراه است. نخست آنکه رابطه مستقیم و ساده‌ای میان شکل هندسی ریزساختار و خواص ماکروسکوپی ماده وجود ندارد. بدین معنا که برای رسیدن به خواص مکانیکی هدفمند، نمی‌توان صرفاً بر پایه شهود مهندسی به طراحی پرداخت. از سوی دیگر، روش‌های کلاسیک طراحی که مبتنی بر تغییر پارامترهای محدود هندسی هستند، توانایی تولید تنوع گسترده‌ای از ساختارهای کارا را ندارند. همین امر ضرورت استفاده از رویکردهای طراحی معکوس و بهینه‌سازی توپولوژی را پررنگ می‌سازد. روند طراحی معکوس بدین معنا که هدف به دست آوردن ویژگی منحصر به فردی در مقیاس ماکرو است اما باید توپولوژی و معماری ریزساختار در مقیاس میکرو حاصل شود. روند طراحی معکوس با معین شدن تقاضا و نیاز از ساختار ماکرو شروع می‌شود سپس این تقاضای به عنوان محرک طراحی عمل می‌کند. به عبارت دیگر هدف اصلی در بهینه‌سازی معماری‌های میکرو نهفته است، که هدف آن به دست آوردن ویژگی‌های خاص در مقیاس ماکرو است. روند طراحی معکوس قصد دارد یک رویکرد طراحی منطقی از فرمول‌های بهینه‌سازی را با محرک ویژگی‌های خارق‌العاده ماکرو برای به دست آوردن معماری جدید ریزساختارهای میکرو از طریق الگوریتم‌ها و مکانیسم‌های بهینه‌سازی ریاضی ایجاد کند [۵۴].

یکی از ابزارهای کلیدی در پیوند دادن خواص مکانیکی ماکرو به طراحی میکرو، روش همگن‌سازی است. همگن‌سازی این امکان را فراهم می‌سازد که تأثیر ریزساختار بر روی ویژگی‌های ماکرو به‌طور دقیق محاسبه گردد. این ویژگی نقش اساسی در طراحی معکوس ایفا می‌کند، زیرا امکان اینکه با مشخص کردن خواص مکانیکی مورد نظر در مقیاس ماکرو، سلول واحد (ریزساختار) بهینه شود را دست یافتنی می‌کند. از این‌رو، همگن‌سازی انرژی محور به‌عنوان پلی میان معماری میکروسکوپی و عملکرد ماکروسکوپی، یکی از ارکان اصلی توسعه ماتریال‌های مکانیکی محسوب می‌شود [۴۶].

بهینه‌سازی توپولوژی^۱ یکی از ابزارهای قدرتمند برای یافتن توزیع بهینه ماده در یک دامنه طراحی پیوسته است که می‌تواند مسیر طراحی ماتریال‌ها را متحول کند [۷]. با این حال، استفاده مستقیم از این روش در مسائل ماتریالی با موانعی روبه‌رو است. از جمله این موانع می‌توان به بدرفتاری توابع هدف، حساسیت‌های غیرصریح، و پیدایش ساختارهای غیرقابل ساخت (مانند المان‌های منفرد یا توزیع‌های خاکستری) اشاره کرد. از این‌رو، توسعه چارچوب‌هایی که بتوانند این مشکلات را رفع و فرآیند طراحی را به سمت نتایج قابل اعتماد هدایت کنند، یک ضرورت علمی و عملی است.

^۱ ۱-Topology Optimization

پژوهش حاضر در پاسخ به این نیاز، به توسعه یک چارچوب عددی برای طراحی معکوس متامتریال‌های مکانیکی پرداخته است. در این چارچوب، از روش همگن‌سازی مبتنی بر انرژی برای محاسبه خواص مؤثر ماکروسکوپی استفاده شده، و الگوریتم بهینه‌سازی گرادیان محور به‌عنوان ابزار اصلی به‌روزرسانی چگالی به‌کار گرفته شده است. از طرفی ایجاد یک ساختار پیوسته و پایدار و قابل قبول برای استفاده در مهندسی یک ضرورت و نیاز اساسی در این پروژه بوده. و این محدودیت‌ها در پروژه منجر به تولید ریزساختارهایی پایدار و متقارن گردیده باعث شده نتایج نهایی قابلیت ساخت با فناوری‌های روز (مانند پرینت سه‌بعدی) را داشته باشند.

بنابراین، می‌توان گفت پژوهش حاضر در تقاطع دو جریان علمی مهم قرار دارد: از یک سو، پیشرفت در روش‌های بهینه‌سازی عددی و طراحی معکوس، و از سوی دیگر، نیاز روزافزون به ساخت متامتریال‌هایی با کارایی مهندسی. هدف اصلی این تحقیق آن است که با ارائه یک چارچوب عددی جامع، امکان دستیابی به متامتریال‌هایی فراهم شود که بتوانند هم رفتار مکانیکی مطلوبی ارائه دهد و هم در سطح مهندسی کنترل قابل ارائه و ساخت باشد.

۱-۲- موضوع تحقیق

موضوع تحقیق به گونه‌ای انتخاب شده است که هم ماهیت علمی و هم کاربرد عملی پژوهش را بازتاب دهد.

- طراحی معکوس^۱ به معنای آغاز فرآیند طراحی از خواص مکانیکی هدف و حرکت به سمت یافتن هندسه و توزیع ماده‌ای در میکرو که این خواص را ایجاد کند [۴].
- متامتریال‌های مکانیکی^۲ موادی مهندسی شده که رفتار مکانیکی آن‌ها عمدتاً ناشی از ریزساختار هندسی آن‌هاست نه ترکیب شیمیایی ماده پایه. این متامتریال‌ها می‌توانند ویژگی‌هایی فراتر از مواد طبیعی، مانند ضریب پواسون منفی یا نسبت‌های مدولی خاص داشته باشند [۲].

¹ Inverse Design

² Mechanical Metamaterials

- جداسازهای لرزه‌ای^۱ یکی از مهم‌ترین کاربردهای متامتریال‌های مکانیکی، استفاده در سیستم‌های کاهش ارتعاش و کنترل پاسخ لرزه‌ای سازه‌ها است. طراحی ریزساختاری با ویژگی مکانیکی هدفمند می‌تواند عملکرد جداساز لرزه‌ای را به‌طور چشمگیری بهبود دهد.
- بهینه‌سازی توپولوژی^۲ رویکردی عددی که امکان یافتن توزیع بهینه ماده در یک دامنه طراحی یوسته را فراهم می‌سازد. در این پژوهش، این روش اساس تولید ریزساختارهای بهینه بوده است [۷].
- همگن‌سازی مبتنی بر انرژی^۳ تکنیکی که با استفاده از روابط انرژی کرنشی، خواص ماکروسکوپی مؤثر ماده را از توزیع ریزساختاری آن استخراج می‌کند. این روش به‌عنوان ابزار اصلی برای ارزیابی عملکرد مکانیکی ساختارهای پیشنهادی به کار رفته است و از طرفی حساسیت توزیع ریزساختار را به درایه‌های تنسور الاستیسیته ماکرو محاسبه پذیر می‌کند و این تحلیل حساسیت اساس و پایه طراحی معکوس است [۴].

یکی از مسائل بنیادین در حوزه طراحی متامتریال‌های مکانیکی، دستیابی به ریزساختارهایی است که نسبت مدول حجمی به مدول برشی (K/G) بالایی داشته باشند. این نسبت کلیدی است زیرا بالا بودن آن به معنای مقاومت زیاد در برابر تنش‌های محوری و فشاری و در عین حال انعطاف‌پذیری در برابر تنش‌های برشی است. چنین ویژگی‌ای برای طراحی جداسازهای لرزه‌ای حیاتی است؛ چرا که این المان‌ها باید توانایی تحمل بارهای ثقلی سازه را داشته باشند، اما در برابر بارهای جانبی ناشی از زلزله به راحتی تغییر شکل دهند و از انتقال انرژی لرزه‌ای به سازه اصلی جلوگیری کنند. در ادبیات پیشین، متامتریال‌های پنتامود^۴ به‌عنوان نمونه‌هایی شناخته شده‌اند که قادرند نسبت K/G بسیار بالایی ایجاد کنند. این متامتریال‌ها از نظر تئوری شرایط ایده‌آلی برای تبدیل شدن به جداساز لرزه‌ای دارند، چرا که می‌توانند مدول حجمی بسیار بالاتری را در کنار مدول برشی بسیار کوچک ارائه دهند. با این حال، مشکل اساسی در استفاده سازه‌ای از آن‌ها این است که پنتامودهای متداول عموماً از پایداری مکانیکی کافی برخوردار نیستند. به بیان دیگر، هرچند این ساختارها نسبت K/G بالایی دارند، اما به دلیل مقاومت بسیار پایین، حساسیت به کم‌انرژی موضعی و عدم تحمل بارهای واقعی و ناپایداری ذاتی عملاً برای کاربردهای مهندسی و به‌ویژه جداسازی لرزه‌ای قابل استفاده نیستند. حتی ساخت نمونه آزمایشگاهی این متریال‌ها چالشی و با روش‌های خاص ساخت افزودنی انجام می‌پذیرد. علت نام‌گذاری این فرامواد

¹ Seismic Isolators

² Topology Optimization

³ Energy-Based Homogenization

⁴ 1 Pentamode materials

مکانیکی این است که در ماتریس رفتاری الاستیسیته خود پنج مقدار ویژه نزدیک به صفر و یک مقدار ویژه قابل توجه دارد. به عبارت دیگر، این ساختار شبیه به مایعات بوده و مدول حجمی قابل توجه و مدول برشی بسیار اندکی دارد و در نتیجه تراکم ناپذیر است و تحمل اعمال نیروی برشی را ندارد. به عبارت دیگر در مقابل پنج مود تغییرشکلی، سازگار است [۸].

از طرفی الگوریتم‌های متداول در بهینه‌سازی توپولوژی که با آن بتوان یک ریزساختار پیوسته و پایدار و قابل ساخت را ایجاد نمود در برابر چنین اهدافی در بهینه‌سازی دچار بدرفتاری و واگرایی عددی می‌شوند و بهینه کردن یک ریزساختار پایدار و قابل ارائه به لحاظ مهندسی با چنین تابع هدفی یکی از بزرگترین چالش‌ها در این پژوهش محسوب می‌شود [۹].

بنابراین، چالش اصلی در این تحقیق یافتن ریزساختاری بود که علاوه بر ایجاد نسبت K/G مطلوب، از پایداری مکانیکی کافی برخوردار باشد تا بتواند تحت بارگذاری‌های واقعی (مانند نیروی محوری ناشی از وزن ستون‌ها و نیروهای جانبی زلزله) عملکرد مناسبی از خود نشان دهد. در این پژوهش برخلاف پنتامودهای کلاسیک که صرفاً به دنبال بیشینه‌کردن نسبت K/G هستند، تأکید اصلی بر ترکیب چند ویژگی کلیدی است:

۱. اصلاح الگوریتم‌های بهینه‌سازی جهت همگرا شدن و بهینه کردن یک ریزساختار متناسب با هدف جداسازی لرزه ای و ایجاد نسبت قابل قبول و بالای K/G برای دستیابی به رفتار شبه‌پنتامود و کارایی مهندسی لرزه‌ای.
۲. تضمین پایداری عددی و مکانیکی در فرآیند بهینه‌سازی، به گونه‌ای که ساختار نهایی قابل تولید و استفاده در جداسازهای لرزه‌ای باشد و از ناپایداری‌های موضعی و اتصالات غیرقابل ساخت جلوگیری شود.
۳. ارزیابی متامتریال ساخته شده به عنوان یک جداساز بر روی یک مثال واقعی مهندسی در مهندسی سازه.

۱-۳- نگاهی بر کلیت تحقیق‌های مرتبط

پژوهش در زمینه متامتریال‌های مکانیکی طی دو دهه اخیر با سرعت زیادی رشد کرده و مسیر نسبتاً روشنی از مرحله معرفی مفاهیم اولیه تا توسعه چارچوب‌های عددی و کاربردی پیموده است.

۱-۳-۱ آغاز شکل‌گیری ماتمتریال‌های مکانیکی

یکی از نخستین گام‌های عملی در شکل‌گیری ماتمتریال‌های مکانیکی، معرفی روش همگن‌سازی معکوس توسط Sigmund در دهه ۱۹۹۰ بود [۴]. در این رویکرد نوآورانه، به جای حرکت از هندسه به سمت خواص (همگن‌سازی مستقیم)، مسئله به صورت معکوس فرمول‌بندی شد: ابتدا خواص مکانیکی هدف در سطح ماکروسکوپی تعیین می‌گردید و سپس با استفاده از بهینه‌سازی، ریزساختارهایی طراحی می‌شدند که این خواص را ایجاد کنند. این روش برای نخستین بار امکان طراحی سیستماتیک ماتمتریال‌هایی با خواصی کاملاً غیرمتعارف — مانند ضریب پواسون منفی یا نسبت‌های مدولی بسیار خاص — را فراهم ساخت.

۱-۳-۲ توسعه ماتمتریال‌های پنتامود

در ادامه، پژوهشگران ماتمتریال‌های پنتامود را معرفی کردند که قادرند نسبت بسیار بالایی از مدول حجمی به مدول برشی ایجاد کنند [۱۰]. این ویژگی در تئوری شرایطی شبه‌سیال فراهم می‌آورد و امکان کاربرد در کنترل ارتعاش و جذب انرژی را مطرح می‌سازد. با این حال، تحقیقات بعدی نشان داد که این ماتمتریال‌ها به دلیل مقاومت بسیار پایین و حساسیت شدید به کماتش، برای کاربردهای سازه‌ای پایدار نیستند [۱۱ و ۱۲]. همین کاستی‌ها مسیر تحقیقات را به سمت یافتن ریزساختارهایی سوق داد که علاوه بر داشتن نسبت K/G بالا، پایداری مکانیکی کافی نیز داشته باشند.

۱-۳-۳ ورود به عصر بهینه‌سازی توپولوژی

با گسترش روش‌های عددی، بهینه‌سازی توپولوژی به عنوان ابزاری قدرتمند وارد طراحی ماتمتریال‌ها شد [۴]. این روش امکان یافتن توزیع بهینه ماده در سلول واحد را فراهم کرد و موجب تولید ساختارهای بسیار متنوع شد. با وجود این، چالش‌هایی مانند بدرفتاری توابع هدف، حساسیت‌های پیچیده و ظهور المان‌های منفرد مانع از تبدیل مستقیم این نتایج به طرح‌های عملی گردید [۹].

۱-۳-۴ مرورهای جامع و مسیر تحقیقات

در سال‌های اخیر مقالات مروری متعددی منتشر شده‌اند که تصویری جامع از روند تحقیقات ارائه کرده‌اند. این مطالعات ضمن بررسی فرمولاسیون‌های مختلف و معماری‌های متنوع ریزساختارها، چشم‌اندازهایی برای آینده این حوزه ترسیم کرده‌اند [۲]. همچنین در مرورهای دیگر، تمرکز ویژه‌ای بر کاربرد ماتمتریال‌ها در حوزه کنترل ارتعاش و طراحی سازه‌های نوین (مانند سازه‌های اورینگامی) شده و اهمیت طراحی معکوس برای رسیدن به خواص هدفمند برجسته گردیده است [۳]. چنین مرورهایی

نشان می‌دهند که مسیر تحقیقات از مفاهیم تئوریک اولیه فراتر رفته و اکنون به سمت توسعه چارچوب‌های عددی کارآمد و کاربردی حرکت کرده است.

۱-۳-۵ جایگاه پژوهش حاضر

با وجود پیشرفت‌های یادشده، شکاف مهمی همچنان وجود دارد: بیشتر مطالعات در زمینه پنتامودها تنها به دنبال دستیابی به نسبت K/G بالا بوده‌اند (مانند پنتامودها) و به ساخت‌پذیری و پایداری و توجه نداشته‌اند و معمولاً از الگوریتم‌هایی که به بهینه‌سازی یک ریزساختار پیوسته می‌پردازند خودداری شده است و بیشتر ریزساختارهای پنتامود در اصل به نوعی اتصال انتزاعی و غیرقابل ساختی از المان‌های میله ای نازک و مستعد کمانش‌های موضعی هستند [۱۱]. از طرفی در فرایندهای بهینه‌سازی‌های توپولوژی که در آن پیوستگی و پایداری نقش مهمی ایفا می‌کند و خروجی بهینه‌سازی یک ریزساختار پیوسته^۱ است توابع هدف معمولاً ساده بوده و پیچیدگی لازم برای توسعه یک متامتریال که کارکرد مهندسی قابل قبولی داشته باشد را ندارد. پژوهش حاضر در این نقطه وارد عمل می‌شود و با ترکیب همگن‌سازی مبتنی بر انرژی، الگوریتم‌های بهینه‌سازی توپولوژی و اصلاحات در روند بهینه‌سازی، چارچوبی را ارائه می‌دهد که هم نسبت K/G به اندازه لازم بهینه ایجاد می‌کند و هم پایداری مکانیکی و قابلیت ساخت را تضمین می‌نماید. یعنی ساختاری می‌سازد که در عین پیچیدگی رفتاری قابلیت ساخت و بهره‌وری مهندسی داشته باشد.

۱-۴- روش انجام تحقیق

روش انجام این تحقیق به گونه‌ای طراحی شد که بتواند همزمان پاسخ‌گوی دو نیاز اساسی باشد: ایجاد خواص مکانیکی هدفمند و تضمین پایداری مکانیکی و ساخت‌پذیری ریزساختارها. این فرآیند را می‌توان در چند گام متوالی خلاصه کرد:

۱-۴-۱ تعریف مسئله و تابع هدف

در اولین مرحله، مسئله طراحی معکوس به عنوان یک مسأله بهینه‌سازی توپولوژی فرمول‌بندی شد. بدین معنا که فضای کلی بهینه‌سازی یک ریزساختار که به المان‌های به هم پیوسته تقسیم شده است تشکیل شده و بهینه‌سازی باید به گونه حضور و یا عدم حضور متریال در هر یک از المان‌ها را تعیین کند. تابع هدف این بهینه‌سازی به صورت بیشینه‌سازی نسبت مدول حجمی به مدول برشی تعریف گردید تا ساختار متشکل از این ریزساختار بهینه شده برای کاربرد به عنوان جداساز لرزه‌ای مناسب

¹ continuum

باشد. علاوه بر این، یک محدودیت حجمی معقول (فرضا ۳۰ درصد) برای کنترل مصرف ماده و افزایش قابلیت ساخت اعمال شد. و این بدین معناست که در این مثال ۳۰ درصد از المان‌های کل باید دارای متریال و ۷۰ درصد بدون متریال باشد و این مقدار ۳۰ درصد هم برای این است که بتوان تابع هدف را به میزان قابل قبولی بهینه کرد و هم بتوان از بابت پایداری ساختار نهایی و قابلیت باربری مهندسی اطمینان حاصل کرد [۷].

۱-۴-۲ مدل‌سازی ماده و همگن‌سازی انرژی‌محور

برای انجام فرایند بهینه‌سازی که مبتنی بر روش گرادیان است نیاز است ارتباط میان ریزساختار و خواص ماکروسکوپی که تابع هدف روی درایه‌های آن تعریف شده را بیابیم بنابراین از روش همگن‌سازی مبتنی بر انرژی استفاده شد. این روش امکان استخراج تانسور الاستیسیته مؤثر از روی توزیع ماده در ریزساختار را فراهم ساخت و به‌طور مستقیم وارد فرآیند بهینه‌سازی گردید. بدین ترتیب، هر تغییر در چگالی المان‌ها بلافاصله اثر خود را بر خواص مکانیکی ماکروسکوپی نشان داد و گرادیان را که برای انجام فرایند بهینه‌سازی لازم است محاسبه پذیر نمود. [۴].

۱-۴-۳ الگوریتم بهینه‌سازی

برای حل مسأله بهینه‌سازی توپولوژی از الگوریتم معیار بهینگی (OC) استفاده شد. این الگوریتم با توجه به حساسیت تابع هدف نسبت به متغیرهای طراحی، توزیع چگالی را در هر تکرار به‌روزرسانی کرد. به دلیل بدرفتاری تابع هدف در این تحقیق، اصلاحاتی در روابط حساسیت اعمال گردید تا روند همگرایی پایدار بماند [۷].

۱-۴-۴ اعمال فیلترهای هندسی و مکانیکی

به منظور رفع مشکلات مرتبط با ساخت‌پذیری و پایداری عددی، مجموعه‌ای از فیلترهای پیشرفته در فرآیند بهینه‌سازی ادغام شدند. استفاده از فرایند فیلتریگ در بهینه‌سازی توپولوژی روشی متداول است [۱۴]. اما رویکرد در این پژوهش یک رویکرد نوآورانه است که شامل دو فیلتر جدید و ترکیب آنها با یک فیلتر متداول همراه با اصلاحات در روند اعمال این فیلترها است.

- یک فیلتر جدید جهت تضمین رفتار مشابه در راستاهای مختلف و جلوگیری از ایجاد ساختارهای ناهمسانگرد ناخواسته.
- یک فیلتر جدید جهت حذف المان‌های منفرد و تضمین وجود مسیرهای بارگذاری پیوسته.

- فیلتر هوی ساید^۱ جهت هدایت توزیع چگالی به سمت مقادیر دودویی (۰ و ۱) و افزایش وضوح مرزهای جامد و خلأ [۱۵].

۱-۴-۵ پیاده سازی عددی

کل چارچوب در محیط MATLAB پیاده سازی شد. کد توسعه یافته شامل ماژول های مقداردهی اولیه، تحلیل اجزای محدود، همگن سازی انرژی محور، محاسبه حساسیت، به روزرسانی چگالی ها و اعمال فیلترها بود. تعداد تکرارها به گونه ای تنظیم شد که همگرایی کامل در نتایج تضمین گردد.

۱-۴-۶ ارزیابی نتایج

در نهایت، نتایج بهینه سازی از منظرهای مختلف مورد ارزیابی قرار گرفتند:

- مقایسه نسبت K/G متامتریال طراحی شده با ماده پایه.
- بررسی پایداری روند بهینه سازی و رعایت محدودیت حجمی.
- تحلیل ویژگی های ساخت پذیری در ریزساختار نهایی. این ارزیابی ها نشان دادند که چارچوب پیشنهادی توانسته است اهداف اصلی تحقیق را محقق سازد.
- در نظر گرفتن یک سازه واقعی و ارزیابی و راستی آزمایی ساختار متشکل از ریزساختار و ارزیابی برش پایه و تغییر مکان و دریافت در دو سناریو با جداساز و بدون جداساز

۱-۵- اهداف کلی تحقیق

با توجه به مسئله تحقیق و خلاهای موجود در ادبیات، اهداف این پژوهش در دو سطح کلی (اصلی) و ویژه (فرعی) قابل تعریف است.

۱-۵-۱ اهداف اصلی

۱. توسعه یک چارچوب طراحی معکوس عددی برای متامتریال های مکانیکی با استفاده از بهینه سازی توپولوژی و همگن سازی مبتنی بر انرژی، به گونه ای که خواص مکانیکی هدفمند را تضمین کند و خروجی یک ریزساختار پایدار و پیوسته و واقعی باشد. در اصل این روش ها استفاده می شود زیرا الگوریتم هایی هستند که می تواند نتیجتاً یک ریزساختار پایدار و پیوسته و واقعی را بهینه کنند.

^۱ Heaviside

۲. رفع مسئله واگرایی و بدرفتاری الگوریتم های بهینه سازی توپولوژی تا بتوان به اهداف بهینه سازی رسید و نتیجتاً دستیابی به ریزساختارهایی با نسبت K/G بالا که بتوانند نقش جداساز لرزه‌ای را ایفا کنند، به نحوی که در برابر بارهای فشاری مقاوم و در برابر برش انعطاف پذیر باشند.
۳. تضمین ساخت پذیری و رفتار پایدار و پیوسته در نتایج بهینه‌سازی از طریق فیلترهای لازم در فرآیند بهینه‌سازی توپولوژی.
۴. ارزیابی ساختار متشکل از ریزساختار بهینه شده به عنوان یک جداساز

۱-۵-۲ اهداف فرعی

۱. اصلاح و پایداری روابط حساسیت در بهینه سازی مبتنی بر گرادیان برای مواجهه با بدرفتاری تابع هدف و جلوگیری از ناپایداری روند همگرایی در الگوریتم تا روند بهینه سازی به صورت موثر تابع هدف را بهینه کند.
۲. بررسی نقش محدودیت حجمی سخت (۳۰ درصد) در دستیابی به ساختارهای بهینه و تحلیل اثر آن بر خواص مکانیکی نهایی و اهمیت آن در استفاده مهندسی.
۳. پیاده‌سازی الگوریتم در محیط MATLAB و توسعه یک کد جامع شامل مراحل مقداردهی اولیه، همگن‌سازی انرژی‌محور، اعمال فیلترها و به‌روزرسانی چگالی‌ها و در نهایت حاصل شدن یک ریزساختار مطلوب
۴. مقایسه خواص مؤثر ساختارهای بهینه با ماده پایه به منظور ارزیابی میزان بهبود و کارایی روش پیشنهادی.
۵. در نظر گرفتن یک سناریو زلزله برای یک سازه فرضی در مقیاس واقعی جهت ارزیابی ریزساختار بهینه شده و آنالیز سازه با جداساز و بدون جداساز جهت راستی آزمایی ریزساختار.
۶. ایجاد بستری برای توسعه‌های آینده شامل گسترش بهینه‌سازی چندهدفه، استفاده از روش‌های هوش مصنوعی و اعتبارسنجی آزمایشگاهی.

۱-۶- نوآوری، اهمیت و ارزش تحقیق

۱-۶-۱ نوآوری‌های تحقیق

پژوهش حاضر در چند محور اصلی نوآوری دارد که آن را از تحقیقات پیشین متمایز می‌سازد:

۱. تمرکز همزمان بر نسبت K/G و پایداری مکانیکی: در حالی که بسیاری از مطالعات قبلی بر روی متامتریال‌های پنتامود تنها دستیابی به نسبت بالای K/G را هدف قرار داده‌اند [۸]، این

تحقیق علاوه بر این نسبت کلیدی، بر پایداری مکانیکی و قابلیت استفاده سازه‌ای نیز تأکید دارد. بدین ترتیب، برخلاف پنتامودهای کلاسیک که عملاً در عمل ناپایدار و غیرقابل استفاده‌اند، ساختارهای حاصل از این پژوهش می‌توانند در شرایط واقعی به کار گرفته شوند.

۲. اصلاح روابط حساسیت در الگوریتم معیار بهینگی: (OC) یکی از چالش‌های مهم در طراحی معکوس متامتریال‌ها، بدرفتاری تابع هدف و حساسیت‌های غیرصریح است [۷]. در این پژوهش اصلاحاتی نوآورانه بر روابط حساسیت اعمال شده که امکان همگرایی پایدار و حل مسائل بدرفتار را فراهم ساخته است. این اصلاحات می‌تواند در سایر مسائل پیچیده بهینه‌سازی توپولوژی نیز به کار رود.

۳. ترکیب چندین فیلتر هندسی و مکانیکی در یک چارچوب بهینه سازی: استفاده همزمان از فیلترهای تقارنی، پیوستگی و هوی‌ساید در این تحقیق موجب شده است که ساختارهای نهایی علاوه بر دستیابی به خواص مکانیکی هدفمند، ساخت‌پذیر و از نظر هندسی پایدار باشند. این سطح از ترکیب فیلترها در اغلب تحقیقات پیشین به صورت مستقل یا محدود بررسی شده و کمتر در یک چارچوب جامع لحاظ گردیده است.

۴. توسعه یک کد جامع در محیط: MATLAB پیاده‌سازی کامل روند طراحی معکوس (از مقداردهی اولیه تا همگن‌سازی انرژی‌محور، محاسبه حساسیت، اعمال فیلترها و به‌روزرسانی چگالی‌ها) در یک کد منسجم MATLAB یکی از دستاوردهای این تحقیق است که قابلیت توسعه و استفاده در مطالعات بعدی را فراهم می‌کند.

۱-۶-۲ اهمیت علمی تحقیق

- این پژوهش شکاف مهمی را در ادبیات علمی پر می‌کند: ارائه چارچوبی برای طراحی متامتریال‌هایی که هم نسبت K/G بالا دارند و هم پایدار و ساخت‌پذیر و به لحاظ کاربرد مهندسی قابل قبول هستند.
- اصلاحات پیشنهادی بر الگوریتم OC و ادغام فیلترهای هندسی و مکانیکی، گامی در جهت ارتقای روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی توپولوژی و دستیابی به اهداف پیچیده‌تر برای طراحی های معکوس محسوب می‌شود.
- نتایج تحقیق می‌تواند مبنایی برای مطالعات آتی در حوزه بهینه‌سازی چندهدفه، طراحی متامتریال‌های چندمقیاسی و حتی تلفیق روش‌های یادگیری ماشین در طراحی معکوس باشد

۱-۶-۳ اهمیت کاربردی و ارزش مهندسی تحقیق

- دستاوردهای این پژوهش مستقیماً قابل استفاده در طراحی جداسازهای لرزه‌ای هستند. ریزساختارهای حاصل می‌توانند در عین تحمل بارهای محوری، در برابر بارهای جانبی ناشی از زلزله انعطاف‌پذیر باشند و بدین ترتیب نقش مؤثری در کاهش انتقال ارتعاشات به سازه ایفا کنند.
- این چارچوب قابلیت آن را دارد که با فناوری‌های نوین ساخت مانند پرینت سه‌بعدی فلزی به نمونه‌های واقعی تبدیل شود و در پروژه‌های مهندسی به کار گرفته شود.
- با توجه به اهمیت روزافزون ایمنی لرزه‌ای در کشورهایی با خطر لرزه‌خیزی بالا (مانند ایران)، نتایج این تحقیق ارزش عملی ویژه‌ای دارد و می‌تواند در طراحی نسل جدیدی از جداسازهای لرزه‌ای مورد استفاده قرار گیرد.
- اهمیت اقتصادی این پژوهش به علت استفاده از کسر حجمی به معنای اینکه با استفاده از درصد بهینه‌ای از متریال فولاد و ایجاد یک ساختار متخلخل میتوان یک ساختار جداساز لرزه ای کارا ایجاد کرد و این موضوع از اهمیت اقتصادی قابل توجهی بهره مند است.

فصل ۲: پیشینه تحقیق

۲-۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، طراحی مهندسی با ظهور روش‌های نوین عددی و محاسباتی دستخوش تحولات چشمگیری شده است. یکی از این تحولات، گسترش استفاده از روش‌های طراحی معکوس و بهینه‌سازی توپولوژی برای تولید ساختارهایی با خواص مکانیکی هدفمند بوده است. در این چارچوب، پژوهشگران توانسته‌اند با بهره‌گیری از ابزارهای تحلیل اجزای محدود، همگن‌سازی و الگوریتم‌های بهینه‌سازی، متامتریال‌هایی را طراحی کنند که دارای ویژگی‌های منحصر به فردی نظیر مدول حجمی بسیار بالا، مدول برشی بسیار پایین، یا نسبت پواسون منفی باشند [۲].

از سوی دیگر، متامتریال‌های مکانیکی در حوزه‌های مختلفی همچون کنترل ارتعاشات، جذب انرژی، و جداسازی لرزه‌ای اهمیت ویژه‌ای یافته‌اند. این مواد، که بر پایه ریزساختارهای تناوبی طراحی می‌شوند، می‌توانند پاسخ‌های ماکروسکوپیک مطلوبی را در شرایط بارگذاری پیچیده ایجاد کنند. در این میان، طراحی جداسازهای لرزه‌ای مبتنی بر متامتریال‌های پنتامود یکی از حوزه‌های نوظهور محسوب می‌شود که ترکیب مناسبی از نرمی برشی و سختی فشاری را فراهم می‌کند [۳].

بنابراین مرور پیشینه تحقیق در این حوزه، به سه دسته اصلی تقسیم می‌شود:

- ۱- پژوهش‌های مرتبط با توسعه روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی.
- ۲- مطالعات پیرامون روش‌های همگن‌سازی و معادل‌سازی مکانیکی.
- ۳- تحقیقات در زمینه متمتریال‌های مکانیکی با کاربرد ویژه در زمینه‌های مهندسی مختلف.

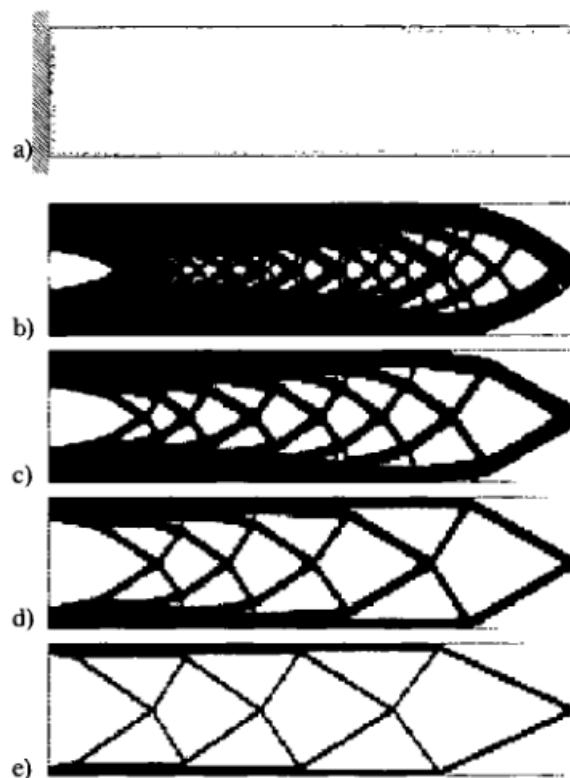
در ادامه، ابتدا به معرفی و مرور کارهای مرتبط با بهینه‌سازی توپولوژی می‌پردازیم.

۲-۲- بهینه‌سازی توپولوژی

۲-۲-۱. پیدایش و اصول اولیه

بهینه‌سازی توپولوژی نخستین بار توسط بندسه و کیکوچی (۱۹۸۸) مطرح شد، اما در ابتدا نه برای طراحی متمتریال‌ها بلکه برای مسائل سازه‌ای متعارف ماکرو بود. آن‌ها با استفاده از روش همگن‌سازی نشان دادند که می‌توان توزیع بهینه مواد را در یک دامنه طراحی به‌گونه‌ای یافت که نرمی کلی سازه کمینه یا به بیان دیگر سختی کلی بیشینه شود [۱۶]. این هدف، که در مهندسی سازه بهینه‌سازی «حداکثر سختی» شناخته می‌شود، سال‌ها به‌عنوان متداول‌ترین صورت‌بندی بهینه‌سازی توپولوژی باقی ماند. یکی از نمونه‌های کلاسیک بهینه‌سازی توپولوژی در شکل ۲-۱ آمده است.

پس از آن، کارهای بنیادین بندسه و سیگموند [۷] این حوزه را توسعه داد و به‌عنوان یکی از ابزارهای کلیدی طراحی سازه‌های سبک‌وزن و کارآمد معرفی گردید. تنها در سال‌های اخیر، همین رویکردها به حوزه متمتریال‌های مکانیکی وارد شدند تا امکان طراحی ریزساختارهایی با خواص مکانیکی غیرمتعارف (مانند ضریب پواسون منفی یا پنتامودها) را فراهم آورند [۱۷].



شکل ۲-۱ نمونه ای از یک تیر بهینه شده با الگوریتم های بهینه سازی توپولوژی با نسبت حجمی های مختلف [۷].

۲-۲-۲. روش های بهینه سازی توپولوژی

در ادبیات پژوهش، سه خانواده اصلی از رویکردها برای بهینه سازی توپولوژی قابل شناسایی است:

۱. روش های مبتنی بر همگن سازی: نخستین بار معرفی شدند و امکان طراحی مواد کامپوزیتی مهندسی را فراهم کردند این روش ها از بسط های مجانبی برای استخراج خواص مؤثر بهره می گیرند اما پیچیدگی محاسباتی آن ها نسبتاً بالاست و این چهارچوب ها در تحقیقات اخیر کمتر مورد توجه قرار گرفته است. لازم به ذکر است این روش بهینه سازی با روش های متداول طراحی معکوس متامتریال ها که ترکیبی از روش های بهینه سازی و همگن سازی انرژی محور هستند متفاوت است به عبارت دیگر در رویکرد کلاسیک همگن سازی، هدف بهینه کردن عملکرد یک سازه کلان است و همگن سازی صرفاً ابزاری کمکی است، در حالی که در طراحی معکوس متامتریال ها، خود خواص همگن شده هدف نهایی بهینه سازی هستند. [۱۶].

۲. روش‌های مبتنی بر SIMP: رایج‌ترین چارچوب عددی در حال حاضر محسوب می‌شوند. سادگی فرمول‌بندی، دقت بالا و پیاده‌سازی آسان از دلایل محبوبیت آن‌هاست [۷]. با این حال، حساسیت به پارامترهای پنالتی و نیاز به فیلترینگ برای رفع ناپایداری‌ها (مانند پدیده چکربورد) از نقاط ضعف این روش است [۱۸ و ۱۴]. اساس بسیاری از روش‌های مرسوم بر این ایده استوار است که چگالی هر المان طراحی به صورت یک متغیر پیوسته بین صفر (خلأ) و یک (جامد) تعریف می‌شود. سپس با اعمال یک تابع پنالتی (مانند روش SIMP) مقادیر میانی به سمت صفر و یک سوق داده شده و ساختار نهایی به صورت باینری استخراج می‌گردد. این رویکرد باعث می‌شود که خروجی طراحی هم از نظر عددی پایدار باشد و هم از نظر ساخت واقعی‌تر به نظر برسد [۱۹].

۳. روش‌های تکاملی و ابتکاری^۱ نظیر BESO که با حذف و افزودن تدریجی المان‌ها به طرح اولیه بهینه دست می‌یابند [۲۰]. این روش‌ها شهودی و قدرتمند هستند، اما معمولاً به پاسخ‌های وابسته به مش^۲ منجر می‌شوند و تضمین ریاضی همگرایی ندارند.

علاوه بر این سه رویکرد اصلی، روش‌های نوین دیگری نیز در ادبیات مطرح شده‌اند:

- روش‌های Level-Set که مرز بین ماده و خلأ را به صورت صریح مدل می‌کنند و خروجی‌های بسیار پیوسته ایجاد می‌کنند، هرچند پیاده‌سازی و محاسبه حساسیت‌ها در آن‌ها پیچیده‌تر است.
- روش‌های Phase-Field که انتقال فاز بین ماده و خلأ را با یک متغیر پیوسته توصیف می‌کنند. این رویکردها پایداری عددی بالایی دارند اما پرهزینه‌تر هستند.
- روش‌های مبتنی بر اجزای تغییرپذیر که با پارامترسازی هندسی مستقیم، شکل اجزاء را بهینه می‌کنند و کنترل ساخت‌پذیری بالاتری فراهم می‌آورند، اما آزادی طراحی در آن‌ها نسبت به SIMP کمتر است. [۲۰].

^۱ Evolutionary/Heuristic

^۲ mesh-dependent

۲-۲-۳. الگوریتم‌های عددی به کاررفته

برای حل مسئله بهینه‌سازی توپولوژی، الگوریتم‌های مختلفی برای به‌روزرسانی متغیرهای طراحی پیشنهاد شده‌اند. دو الگوریتم پرکاربرد عبارتند از:

- روش معیار بهینگی (OC): نخستین بار توسط بندسه معرفی شد و به‌صورت ساده و کارا پیاده‌سازی می‌شود این شرایط، نسخه تعمیم‌یافته شرایط لاگرانژ برای مسائل بهینه‌سازی غیرخطی مقید هستند و بیان می‌کنند که در نقطه بهینه، تابع هدف و قیود باید همزمان ارضا شوند. به کمک این شرایط، معادلات به‌روزرسانی چگالی المان‌ها در روش OC به‌صورت ساده و کارا استخراج می‌شود [۷].
- روش متحرک مجانبی (MMA): که توسط اسوانبرگ ارائه شد و به‌عنوان یکی از الگوریتم‌های غیرخطی و قدرتمند در مسائل بهینه‌سازی توپولوژی شناخته می‌شود [۲۱].

۲-۲-۳. چالش‌ها و اصلاحات

یکی از چالش‌های اساسی در بهینه‌سازی توپولوژی، پدیده‌های عددی نظیر اثر چکربرد^۱ و وابستگی به مش است. این مشکلات باعث می‌شوند که نتایج ناپیوسته و غیرقابل ساخت باشند. برای رفع این معضل، محققان از فیلترهای حساسیت و چگالی استفاده کرده‌اند [۲۲]. ایجاد الگوهای شطرنجی و نتایج وابسته به اندازه/جهت مش است؛ پدیده‌ای که به ناپایداری حساسیت‌ها منجر می‌شود و ساخت‌پذیری را مخدوش می‌کند راهکارهای رایج علاوه بر فیلترهای حساسیت/چگالی توابع تصویرسازی برای مستقل‌سازی از مش است [۱۵].

ناپیوستگی هندسی و عدم اتصال: ساختارهای بهینه ممکن است دارای جزایر منفصل یا گردنه‌های بسیار باریک باشند که انتقال بار را قطع و ساخت‌پذیری را دشوار می‌کند. فیلترهای مورفولوژیک سیاه/سفید (خورنده-برآورنده) برای حذف جزایر منفصل و هموارسازی مرزها مؤثرند [۲۲]؛ همچنین قیدهای صریح اتصال می‌توانند پیوستگی سراسری را تحمیل کنند [۲۳].

اعمال درست قیود حجمی و قیود ساخت‌پذیری در بسیاری از صورت‌بندی‌ها، از چالش‌های اصلی در فرایند بهینه‌سازی است. قید حجمی کلیدی‌ترین قید است و تخطی از آن به واگرایی یا نوسان بین جواب‌های شدیدی/میانی می‌انجامد.

¹ checkerboard patterns

بدرفتاری تابع هدف و مینیمم‌های محلی مسائل توپولوژی بخصوص SIMP فرایند بهینه سازی غیرمحدب بوده و مستعد گیرکردن در کمینه‌های محلی‌اند.

۴-۲-۲. کاربرد در طراحی متامتریال‌ها

کاربرد بهینه‌سازی توپولوژی در طراحی متامتریال‌ها از دهه ۱۹۹۰ آغاز شد، زمانی که سیگموند مسئله «طراحی معکوس» برای مواد با خواص مکانیکی هدفمند را مطرح کرد [۴]. پس از آن، مطالعات بسیاری در زمینه طراحی متامتریال‌های با نسبت پواسون منفی، متامتریال‌های پنتامود و شبکه‌های سبک‌وزن انجام شد. [۲].

این مطالعات نشان دادند که با ترکیب روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی با تحلیل همگن‌سازی می‌توان ریزساختارهایی را طراحی کرد که در مقیاس ماکرو خواص کاملاً متفاوتی نسبت به مواد متداول از خود نشان دهند.

۲-۳- همگن‌سازی و همگن‌سازی مبتنی بر انرژی

۲-۳-۱ مقدمه‌ای بر همگن‌سازی

مواد مهندسی اغلب دارای ریزساختارهای ناهمگن هستند که در مقیاس میکروسکوپی رفتاری همگن از خود نشان می‌دهند. برای مثال، کامپوزیت‌های فیبری، فوم‌های سلولی، و متامتریال‌های مکانیکی، همگی دارای اجزای ریزمقیاسی هستند که بر رفتار کلی ماده تأثیر می‌گذارند. برای تحلیل چنین موادی، استفاده از روش‌های همگن‌سازی^۱ ضروری است. همگن‌سازی با هدف محاسبه خواص مؤثر (مانند مدول یانگ، مدول برشی، و تانسور الاستیسیته) از روی ریزساختار ماده توسعه یافته است [۲۴ و ۲۵]. روش‌های کلاسیک همگن‌سازی بر پایه روابط متوسط‌گیری (مانند کران‌های Voigt و Reuss) شکل گرفتند. در این رویکردها فرض می‌شود که یا کرنش در کل فازها یکنواخت است (Voigt) یا تنش یکنواخت می‌باشد (Reuss). ترکیب این دو رویکرد منجر به ارائه کران‌های Hill شد که بازه‌ای معتبر برای خواص مؤثر مواد فراهم می‌کرد [۲۶]. هرچند این روش‌ها ساده و سریع هستند، اما برای متامتریال‌هایی با هندسه‌های پیچیده و اثرات غیرخطی کافی نیستند.

^۱ Homogenization

۲-۳-۲ همگن‌سازی مجانبی^۱

با پیشرفت نظریه چندمقیاسی، روش همگن‌سازی مجانبی توسط سانچز-پالانشیا [۲۷] و سوکه [۲۸] توسعه یافت. در این رویکرد، میدان جابجایی به صورت جمعی از یک جزء ماکروسکوپی و یک جزء نوسانی تناوبی مدل می‌شود. این روش قادر است با دقت بالاتری اثر ریزساختارهای تناوبی را در مقیاس ماکرو لحاظ کند. کاربردهای این رویکرد در مکانیک مواد مرکب، پلاستیک‌ها و متامتریال‌ها بسیار گسترده بوده است [۲۹ و ۳۰].

۲-۳-۳ همگن‌سازی مبتنی بر انرژی

در کنار روش‌های مجانبی، رویکرد دیگری به نام همگن‌سازی مبتنی بر انرژی مطرح شده است. این روش بر پایه اصل تعادل انرژی بین مقیاس میکرو و ماکرو استوار است. به بیان دیگر، انرژی کرنشی متوسط محاسبه‌شده در سلول واحد تناوبی^۲ یا همان ساختار میکرو^۳ باید برابر با انرژی کرنشی در ماده همگن معادل باشد [۳۱]. مزیت اصلی این روش آن است که بدون نیاز به استخراج صریح میدان‌های تنش و کرنش، می‌توان به‌طور مستقیم تانسور الاستیسیته معادل را از طریق محاسبه انرژی در شرایط بارگذاری واحد به‌دست آورد [۳۲]. این ویژگی باعث شده که همگن‌سازی مبتنی بر انرژی در ترکیب با بهینه‌سازی توپولوژی بسیار کارآمد باشد، زیرا حساسیت تابع هدف نسبت به تغییرات چگالی المان‌ها را می‌توان به‌صورت مستقیم از انرژی استخراج کرد [۳۳].

• ۲-۳-۴ اهمیت همگن‌سازی در بهینه‌سازی توپولوژی

یکی از اهداف اصلی در بهینه‌سازی توپولوژی متامتریال‌ها، طراحی ریزساختارهایی است که در مقیاس ماکرو خواص هدفمند داشته باشند. از آنجا که در طراحی معکوس متامتریال‌ها خواص مکانیکی مطلوب به عنوان هدف تعریف می‌شود، نیاز به یک پل دقیق بین مقیاس میکرو و ماکرو وجود دارد. این پل همان روش همگن‌سازی است [۳۴ و ۳۵]. در صورتی که همگن‌سازی به درستی اعمال نشود، نتایج بهینه‌سازی توپولوژی فاقد اعتبار فیزیکی خواهند بود. به‌طور خاص، همگن‌سازی مبتنی بر انرژی مزایای زیر را در طراحی متامتریال‌ها به همراه دارد:

¹ Asymptotic Homogenization

² Periodic Unit Cell

³ RVE

- ارتباط مستقیم بین چگالی المان‌ها و درایه‌های تانسور الاستیسیته ماکروسکوپی [۳۲].
- محاسبه حساسیت‌ها به شکلی سازگار با الگوریتم‌های بهینه‌سازی OC و MMA [۳۳].
- قابلیت ترکیب با شرایط مرزی تناوبی برای مدل‌سازی سلول واحد [۳۶].
- پایداری عددی بالاتر در مقایسه با روش‌های متوسط‌گیری ساده (Voigt/Reuss).

۵-۳-۲ مطالعات شاخص در زمینه همگن‌سازی و متامتریال‌ها

سیگموند [۴] نخستین کسی بود که از همگن‌سازی مبتنی بر انرژی در ترکیب با بهینه‌سازی توپولوژی برای طراحی مواد با خواص الاستیک هدفمند استفاده کرد. پس از آن، گودس و کیکوچی [۱۶] رویکردی عددی برای پیاده‌سازی این روش در تحلیل اجزای محدود ارائه دادند. مطالعات جدیدتر توسط ژو و همکاران [۳۷] و ژانگ و همکاران [۳۸] نشان داد که همگن‌سازی مبتنی بر انرژی می‌تواند به طراحی متامتریال‌های سه‌بعدی با خواص کنترل‌شده منجر شود. همچنین ژو و همکاران [۳۹] این روش را در چارچوب طراحی همزمان در دو مقیاس ماکرو و میکرو توسعه دادند تا هم‌زمان ریزساختار و ساختار کلان بهینه شوند. به‌طور کلی، همگن‌سازی مبتنی بر انرژی امروزه یکی از ابزارهای کلیدی در طراحی متامتریال‌ها و بهینه‌سازی توپولوژی محسوب می‌شود، چرا که امکان گذر از سطح میکرو به ماکرو و بالعکس را فراهم کرده و نقش محوری در صحت و کارایی نتایج نهایی ایفا می‌کند.

۲-۴ فیلترها و چارچوب پیشنهادی این پژوهش

۲-۴-۱ مسئله و رویکردهای کلاسیک

در بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر چگالی (SIMP)، پدیده‌هایی مانند چکربرد، وابستگی به مش، کیفیت طرح و همگرایی را مختل می‌کنند. برای مقابله با این موارد، دو خانواده‌ی اصلی از فیلترها به‌طور گسترده به‌کار رفته‌اند: فیلتر حساسیت و فیلتر چگالی. فیلتر حساسیت با هموارسازی گرادیان‌های تابع هدف نسبت به متغیرهای طراحی، نوسانات عددی را کم می‌کند؛ در حالی که فیلتر چگالی با میانگین‌گیری موضعی، اندازه‌ی حداقل ویژگی را اعمال و نتایج را از مش مستقل‌تر می‌سازد [۲۲]. این خانواده‌ها، به‌ویژه از زمان صورت‌بندی بوردن^۱ (۲۰۰۱) که نشان داد هموارسازی میدان چگالی/حساسیت می‌تواند وجود راه‌حل و همگرایی عددی را نیز بهبود دهد، هسته‌ی روش‌های رایج شده‌اند [۲۲].

¹ Bourdin

گسترش‌های بعدی شامل پروجکشن مبتنی بر تابع هویساید نرم و طرح‌های کنترل طول‌مقیاس حداقل بود که با استفاده از متغیرهای گره‌ای و توابع پروجکشن، طرح‌های نزدیک به صفر-یک و مستقل از مش تولید می‌کنند [۱۵]. همچنین فیلترهای مورفولوژیک سیاه-سفید سیگموند با هدف باینری‌سازی و بهبود ساخت‌پذیری معرفی شدند [۱۴].

جمع‌بندی محدودیت‌های رایج

الف) در بسیاری از کارها، فیلترها پس از به‌روزرسانی چگالی‌ها در چرخه‌ی OC اعمال می‌شوند (پساپردازش عددی) و لزوماً به‌صورت درونی در تابع هدف/قیود وارد نشده‌اند. در نتیجه، همگن‌سازی و حساسیت‌ها بر روی چگالی فیلترشده اعمال نشده‌اند [۲۲].

ب) فیلتر حساسیت صرفاً گرادیان‌ها را نرم می‌کند و اثر مستقیم هندسی تضمین‌کننده‌ی پیوستگی باربر یا تقارن هدفمند ندارد [۲۲].

ج) فیلتر چگالی، هرچند مقیاس حداقل ویژگی را کنترل می‌کند، اما به‌تنهایی از جزیره‌های جداافتاده یا مسیرهای باربری منقطع جلوگیری نمی‌کند [۱۴].

پیشینه تحقیق مرتبط

- فیلتر چگالی و حساسیت: صورت‌بندی بوردن (۲۰۰۱) پایه‌ی نظری محکم برای هموارسازی و رفع چکربرد ارائه کرد [۲۲].
- فیلتر مورفولوژیک (Sigmund (2007): ابزار باینری‌سازی و بهبود ساخت‌پذیری [۱۴].
- اتصال: (Connectivity) مدل پیوسته‌ی Donoso et al. (2023) اهمیت قید اتصال مناسب را نشان داد [۲۳].

۲-۴-۳. فیلتر حساسیت

هدف از این فیلترها هموارسازی مشتقات و جلوگیری از نوسانات با فرکانس بالا است. ماهیت این دسته از فیلترها عملگر به عنوان هموارساز روی گرادیان‌ها پیش از به‌روزرسانی OC است محدودیت‌تین روش این است که اثر هندسی مستقیم بر اتصال یا تقارن ندارد و می‌تواند جزیره‌ها را باقی بگذارد. صورت‌بندی بوردن مبنای صوری این ایده را تقویت کرده است [۲۲].

۴-۴-۲. فیلتر چگالی

هدف در این روش عمال حداقل مقیاس ویژگی، کاهش وابستگی به مش و تسهیل بایرنی سازی است ماهیت این روش میانگین گیری موضعی بر روی چگالی ها است و فیلترهای مورفولوژیک سیاه-سفید [۱۴] و پروجکشن های مبتنی بر هوپساید [۱۵] از مهم ترین فیلترهای چگالی گسترش یافته هستند.

۴-۴-۵. اتصال و ضرورت آن

در ساختارهای سلولی، پیوستگی باربر شرط لازم برای انتقال تنش مؤثر و خواص همگن شده ی معتبر است. مرورهای اخیر نشان می دهند انتخاب و اعمال قید اتصال بر شکل نهایی، هزینه محاسباتی و حتی کارایی چندمعیاره اثر بارزی دارد [۲۳].

۵-۲. ماتریال های مکانیکی و کاربرد در جداسازهای لرزه ای

۲-۵-۱ مقدمه

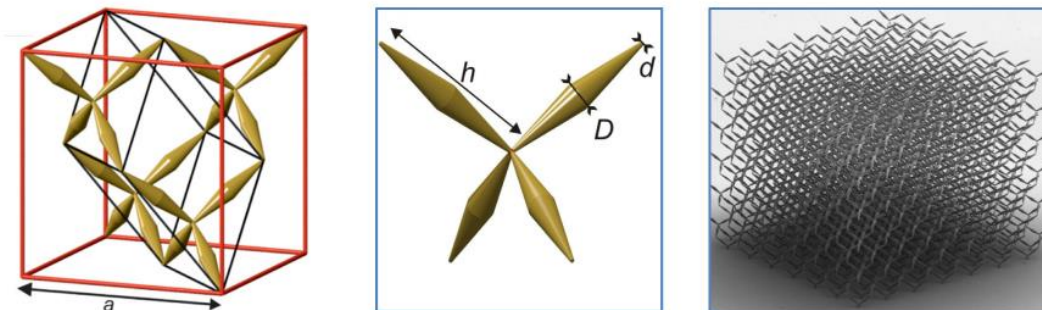
ماتریال های مکانیکی به دسته ای از مواد مصنوعی اطلاق می شوند که خواص مکانیکی آن ها نه فقط ناشی از ترکیب شیمیایی، بلکه عمدتاً حاصل هندسه و توپولوژی ریزساختار است. با طراحی مناسب ریزساختار می توان رفتارهایی غیرمعمول مانند نسبت پواسون منفی^۱، سختی حجمی زیاد و نرمی برشی یا آنیزوتروپی کنترل پذیر به دست آورد [۱ و ۲ و ۳۴]. این ویژگی ها موجب کاربردهای گسترده در کنترل امواج الاستیک، آکوستیک، جذب انرژی، ارتعاش گیری و جداسازی لرزه ای شده اند [۳ و ۳۴].

۲-۵-۲. ماتریال های با نسبت پواسون منفی

مواد اوکستیک برای نخستین بار به صورت تجربی معرفی شدند و نشان دادند که یک ریزآرایش مناسب می تواند باعث انبساط جانبی تحت کشش شود [۴۱]. مروری بر اوکستیک ها و پیامدهای مکانیکی آن ها (سختی برتر در برش/خمشی، پایداری پوسته ها، جذب انرژی) نشان می دهد که این کلاس، نمونه ی

¹ Auxetic

روشنی از مهندسی خواص از طریق هندسه است [۴۲]. نمونه‌های سه‌بعدی NPR با ریزشکته‌های چاپ‌پذیر نیز گزارش شده‌اند و برای کاربردهای جذب ارتعاش و حفاظت مکانیکی اهمیت دارند [۳].



شکل ۲-۲ نمایش کلاسیک هندسه و نمونه‌ی چاپ‌شده‌ی پنتامود [۱۱ و ۱۳].

متامتریال‌های پنتامود^۱

پنتامودها از مهم‌ترین گزینه‌ها برای جداسازهای لرزه‌ای‌اند چارچوب نظری آن‌ها به صورت «سیال جامدشده» ریشه در کارهای پیشگام دارد [۱۰] و نسخه‌های قابل‌ساخت‌شان با چاپ سه‌بعدی و اندازه‌گیری‌های تجربی توسط گروه وگنر/کادیک/شیتنی ارائه شد [۸ و ۱۱ و ۱۳].

شکل «دو-مخروط» و پارامترهای هندسی آن (D و d و h) که برای تنظیم نسبت مدول حجمی به مدول برشی به کار می‌رود، در مطالعات تجربی/عددی پنتامود متداول است

از دید تانسور الاستیسیته، پنتامود ایده‌آل تنها یک مدول مستقل دارد و در برش نزدیک به صفر است [۱۰]. برای برآورد و کران‌بندی خواص برشی مؤثر در مواد ناهمگن نیز چارچوب‌های کلاسیک و کران‌های دقیق در دسترس است [۳۴ و ۳۵]. در عمل، شبکه‌های سه‌بعدی پنتامود می‌توانند در برش‌های جانبی نرم باشند؛ دقیقاً همان نیاز جداساز: تحمل بار ثقیلی و انعطاف جانبی در زلزله [۱، ۲، ۳]. نخستین نمونه‌های ماکروسکوپی چاپ‌شده نشان دادند می‌توان K/G را بسیار بزرگ کرد [۱۱، ۱۳]. با این حال باید توجه داشت بسیاری از نسبت‌های بسیار بالای گزارش‌شده در کسری حجمی‌های بسیار کوچک به دست آمده‌اند که خطر ناپایداری، کماتش و ضعف باربری واقعی را به همراه دارد.

¹ Pentamode

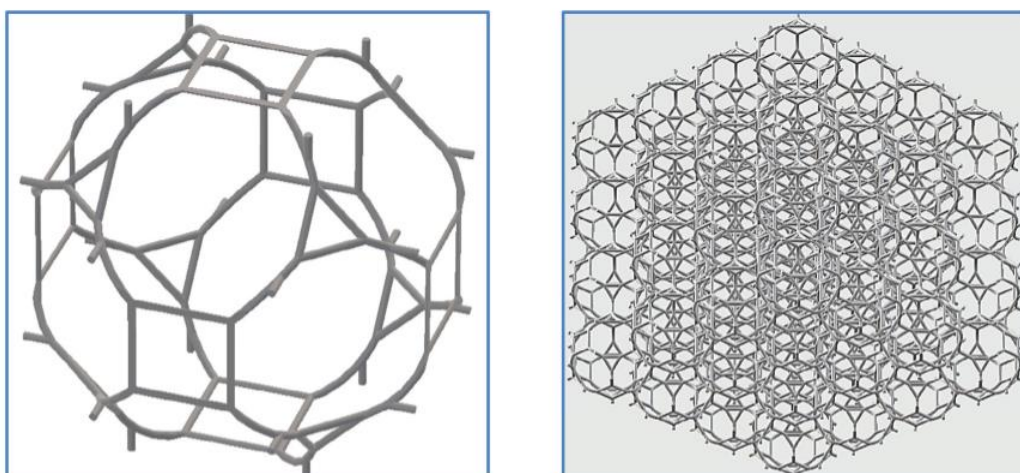


Fig. 16. Microstructure with 0.4 mm diameter, and its $4 \times 4 \times 4 = 64$ array in STL files.

شکل ۳-۲ نمونه‌ای از ریزساختار پنتامود چاپ‌پذیر [۱۲].

به‌عنوان نمونه، در یکی از مطالعات اخیر با بهره‌گیری از بهینه‌سازی توپولوژی و ساخت افزایشی، ریزساختارهای پنتامود پیوسته و قابل پرینت طراحی شدند که نسبت‌های بسیار بالایی از K/G ارائه می‌دادند. با این حال، علت اصلی این نسبت‌های بزرگ استفاده از نسبت حجمی بسیار کوچک بوده است و ساختارهای حاصل همچنان فاقد پایداری کافی برای کاربردهای مهندسی سازه‌ای هستند [۱۲].

۴-۵-۲. کاربرد متامتریال‌ها در جداسازهای لرزه‌ای

هدف جداساز لرزه‌ای کاهش انتقال انرژی ارتعاشی از بستر به سازه است. بنابراین به مشخصات زیر نیاز دارد:

- سختی بالا در راستای قائم برای تحمل بار ثقیل؛
- نرمی در راستاهای جانبی برای جداسازی حرکت لرزه‌ای؛
- پایداری عددی/مکانیکی در چرخه‌های بارگذاری دینامیکی.

پنتامودها قابلیت آن را دارند که در راستای قائم سخت و در جانبی نرم طراحی شوند [۱،۲،۳۷] و همین باعث توجه روزافزون به استفاده از متامتریال‌ها در جداسازها شده است. مرورهای اخیر بر متامتریال‌های مکانیکی نیز این ظرفیت را تأیید می‌کنند. [1,2,3]

چرا برخی رویکردهای «چیدمان اجزای از پیش تعریف‌شده» مناسب نیستند؟

در ادبیات، روش‌هایی مانند بهینه‌سازی سائز/شکل با اجزای پیش‌تعریف‌شده (ترکیب و چیدمان المان‌های از قبل معلوم) گزارش شده‌اند؛ اما خروجی آن‌ها عموماً کمتر پیوسته، کمتر پایدار و کمتر ساخت‌پذیر است و به‌ویژه در پنتامودها، بسیاری از نتایج با کسری حجمی بسیار کم به مقادیر بزرگ K/G رسیده‌اند که در عمل پایدار و مهندسی‌پذیر نیستند [۱۲، ۱۱، ۱۳]. رویکرد این پژوهش بر دامنه‌ی پیوسته و بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر همگن‌سازی انرژی است تا خروجی نهایی پیوسته، باینری و ساخت‌پذیر باشد.

۲-۶. کدهای مرجع و توسعه‌یافته در بهینه‌سازی توپولوژی و متامتریال‌ها

انتشار کدهای سبک، بازتولیدپذیر و شفاف، نقش مهمی در بلوغ حوزه‌ی بهینه‌سازی توپولوژی و طراحی متامتریال‌ها داشته است. سیر تکاملی این کدها از پیاده‌سازی‌های آموزشی بسیار فشرده، تا چارچوب‌های چندمقیاسی همزمان^۱ و نسخه‌های کارایی‌بالا^۲ را در بر می‌گیرد.

- (الف) کدهای آموزشی فشرده
- نقطه‌ی شروع شناخته‌شده، کُد ۹۹ خطی متلب برای کمینه‌سازی نرمی^۳ است که یک هسته‌ی آموزشی-تحقیقی استاندارد برای بهینه‌سازی توپولوژی فراهم کرد [۴۳].
- سپس کُد ۸۸ خطی با بردارسازی کاراتر برای مسائل دوبعدی ارائه شد و به مرجع رایج برای تست‌های عددی بدل شد [۴۴].
- در ادامه، کُد کارآمد سه‌بعدی معرفی شد تا گذار از نمونه‌های ۲بعدی به مسائل واقع‌گرایانه ۳بعدی تسهیل شود [۴۵].
- (ب) کدهای انرژی‌محور برای طراحی ماده/متامتریال

در طراحی ریزساختارها، به‌کارگیری همگن‌سازی مبتنی بر انرژی در کنار بهینه‌سازی توپولوژی مسیر محاسبه‌ی مستقیم خواص مؤثر و حساسیت‌ها را هموار می‌کند. پیاده‌سازی‌های متلبی فشرده/قابل‌بازتولید بر این ایده تکیه دارند: تعریف بارگذاری‌های واحد روی ریزساختار تناوبی، استخراج انرژی کرنشی میانگین و تشکیل تانسور مؤثر؛ سپس اتصال آن به OC/MMA برای به‌روزرسانی متغیرها [۱۷، ۳۲، ۳۳]. از دید محاسباتی، تمهیدات پیش‌پردازش/پس‌پردازش همگن‌سازی در محیط اجزای

¹ Concurrent/FE²

² HPC

³ 1-minimun compliance

محدود نیز چارچوب قابل اتکایی می‌دهد [۳۱]. طراحی معکوس با این روند در مقاله [۱۷] برای فرامواد دو بعدی در متلب فرموله شده است و اساس روند طراحی در این پژوهش محسوب می‌شود.

(پ) کدهای همزمانی چندمقیاسی (Concurrent / FE²)

برای طراحی همزمان سازه-ریزساختار، دو مسیر مکمل رایج است:

۱. چارچوب‌های FE² و ریزمدل‌سازی میکرو-ماکرو که کوپل تنش/کرنش را با شرایط مرزی تناوبی در سلول واحد اعمال می‌کنند [۳۶] و در سطح الگوریتمی با همگن‌سازی و بهینه‌سازی یکپارچه می‌شوند [۳۹].
۲. بسته‌های آموزشی/پژوهشی منتشرشده برای بهینه‌سازی همزمان جهت کمینه‌سازی نرمی در متلب که ماژول‌های ۲ بعدی/۳ بعدی، زیرروال‌های همگن‌سازی، فیلتر چگالی/پروژکشن و به‌روزرسانی‌های OC را یکجا ارائه می‌دهند [۴۶]. که همگن‌سازی ۳ بعدی در این پژوهش از روند همگن‌سازی در پژوهش [۴۶] گرفته شده است.

۲-۷. جمع‌بندی و بیان شکاف‌های پژوهشی

در این فصل مروری بر مبانی بهینه‌سازی توپولوژی، روش‌های همگن‌سازی و کاربرد آن‌ها در طراحی متامتریال‌های مکانیکی ارائه شد. همچنین انواع فیلترها و نقش آن‌ها در پایداری عددی و ساخت‌پذیری بررسی گردید. مرور ادبیات نشان داد که بهینه‌سازی توپولوژی طی سه دهه‌ی اخیر به‌عنوان ابزاری قدرتمند برای طراحی سازه‌ها و مواد جدید مطرح شده است و ترکیب آن با روش‌های همگن‌سازی انرژی‌محور زمینه‌ساز توسعه‌ی متامتریال‌هایی با خواص غیرمعمول نظیر ضریب پواسون منفی و نسبت بالای مدول حجمی به برشی شده است. [۲].

با وجود این دستاوردها، بررسی ادبیات چندین شکاف پژوهشی مهم را آشکار می‌سازد:

- در سطح روش‌شناسی بهینه‌سازی توپولوژی بیشتر مطالعات بر کمینه‌سازی نرمی^۱ متمرکز بوده‌اند و مسائل معکوس با اهداف پیچیده‌تر کمتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. این امر سبب شده الگوریتم‌های موجود با بدرفتاری‌های عددی و نیاز به اصلاحات ویژه مواجه باشند.

¹ Compliance Minimization

- در زمینه‌ی فیلترها: اغلب پژوهش‌ها صرفاً از فیلتر حساسیت یا چگالی برای رفع چکربورد و کنترل حداقل مقیاس استفاده کرده‌اند. این فیلترها عموماً پس از به‌روزرسانی چگالی‌ها در الگوریتم OC اعمال شده‌اند و بخشی از فرمولاسیون اصلی محسوب نشده‌اند. در نتیجه، نتایج همگن‌سازی و حساسیت‌ها الزاماً با هندسه نهایی سازگار نبوده‌اند.
- در حوزه‌ی ساخت‌پذیری و اتصال: در بسیاری از کارها، موضوع پیوستگی باربر نادیده گرفته شده یا به‌صورت محدود با روش‌های پرهزینه (مانند قیدهای طیفی) اعمال گردیده است. این مسئله باعث بروز جزایر منفرد و ساختارهای غیرقابل تولید در خروجی شده است.
- در بحث تقارن و همسانگردی: بیشتر مطالعات بر بهینه‌سازی آزاد تمرکز داشته‌اند، در حالی که برای کاربردهایی نظیر جداساز لرزه‌ای، رفتار همسانگرد یا شبه‌همسانگرد حیاتی است. اعمال تقارن هدفمند در سطح سلول واحد کمتر مورد توجه قرار گرفته و عمدتاً به‌عنوان یک محدودیت ثانویه دیده شده است.
- در کاربردهای مهندسی: بسیاری از مطالعات تنها در سطح طراحی ساختار میکرو یا خواص مؤثر باقی مانده‌اند و کمتر به ارزیابی عددی یا سازه‌ای پرداخته‌اند. این در حالی است که برای پذیرش مهندسی، پیوند بین مقیاس میکرو و رفتار ماکرو ضروری است.

بر این اساس، می‌توان گفت شکاف اصلی پژوهش در نبود یک چارچوب یکپارچه است که همزمان سه نیاز کلیدی را برآورده کند:

۱. پایداری عددی از طریق رفع چکربورد و وابستگی به مش،
۲. ساخت‌پذیری واقعی از طریق تضمین تقارن، پیوستگی و حذف چگالی‌های میانی،
۳. کارایی مهندسی از طریق سازگاری خواص مؤثر با اهداف کاربردی (مانند بهبود عملکرد جداساز لرزه‌ای).

چارچوب پیشنهادی این پژوهش با ترکیب نوآورانه‌ی فیلترهای تقارنی، پیوستگی و هویساید در کنار همگن‌سازی مبتنی بر انرژی و الگوریتم معیار بهینگی، به دنبال پر کردن این شکاف‌هاست و گامی در جهت ارتقای همزمان پایداری، ساخت‌پذیری و کارایی در طراحی ماتریال‌های مهندسی برمی‌دارد.

فصل ۳: فرمول‌بندی های حاکم

۳-۱- مقدمه

در این تحقیق، یک چارچوب طراحی معکوس برای طراحی متامتریال‌های مکانیکی پیوسته مناسب برای جداسازی لرزه‌ای ارائه شده است. الگوریتم ارائه‌شده مبتنی بر بهینه‌سازی توپولوژی که با روش همگن‌سازی مبتنی بر انرژی ترکیب شده است، برای طراحی توپولوژی ریزساختاری (میکرو) بوده که هدف اصلی، بهینه‌سازی نسبت مدول حجمی ماکرو به مدول برشی ماکرو با حفظ محدودیت کسری حجم ماده^۱ می‌باشد. بدین معنا که اگر مدول حجمی به برشی به بیشترین مقدار ممکن برسد این ساختار مناسب جداسازی لرزه‌ای است. به منظور پایداری عددی و دستیابی به طرح‌های قابل ساخت، از فیلترهای تقارن و پیوستگی استفاده شده است. این چارچوب در محیط سه‌بعدی با استفاده از توسعه یافته و با استفاده از الگوریتم به‌روزرسانی OC پیاده‌سازی شده است.

۳-۲- طراحی معکوس

در این پژوهش طراحی معکوس به فرآیند یافتن توزیع بهینه مواد در یک واحد ریزساختار یا میکرو گفته می‌شود. این بدین معناست که ساختار ماکرو حاصل از تکرار ریزساختار خواص مکانیکی مطلوب

^۱ volume fraction

را داشته باشد یعنی با هدف خاصیت ماکروی مطلوب توزیع بهینه مواد در میکرو صورت پذیرد. یعنی برخلاف روش‌های سنتی که از ساختار به خواص می‌روند، این روش از خواص مطلوب به ساختار مسیر می‌پیماییم.

۳-۳- بهینه سازی توپولوژی

چارچوب بهینه‌سازی توپولوژی مورد استفاده در این پژوهش بر اساس روش اصلاح‌شده‌ی **SIMP** (ماده ایزوتروپیک صلب با پنالیتی) بنا شده است [۷]. در این روش، کل دامنه ریزساختار مکعبی به المان‌های به هم پیوسته تقسیم می‌شود و ویژگی‌های مکانیکی هر المان در دامنه طراحی، به صورت تابعی از چگالی المان ρ مدل می‌شود به طوری که $\rho \in [0, 1]$.

رابطه‌ی درونیابی مدول یانگ به صورت زیر در هر المان از دامنه طراحی تعریف می‌شود:

$$E(\rho) = E_{min} + \rho^p (E_0 - E_{min}) \quad (3-1)$$

که در آن:

- E_{min} مقدار کوچکی از سختی است که برای جلوگیری از ناپایداری عددی استفاده می‌شود؛
- E_0 سختی (مدول یانگ) ماده‌ی صلب پایه است؛
- p ضریب پنالیتی است که معمولاً $p \geq 3$ انتخاب می‌شود.

رویکرد این پژوهش بر دامنه‌ی پیوسته و بهینه‌سازی توپولوژی در فضای ریزساختار پیوسته است تا خروجی نهایی پیوسته، باینری (دو دویی صفر یا یک به معنا حضور متریال یا وجود فضای خالی و پرهیز از وجود چگالی‌ها مختلف و بینابینی در دامنه طراحی) و ساخت‌پذیر باشد. در این پژوهش از بهینه‌سازی سائز/شکل با اجزای پیش‌تعریف‌شده (ترکیب و چیدمان المان‌های از قبل معلوم و صرفاً ارایش دهی به این المان‌ها) استفاده نشده زیرا خروجی این گونه بهینه‌سازی‌ها عموماً کمتر پیوسته، کمتر پایدار و کمتر ساخت‌پذیر است

طرح پنالتی^۱ در این روش باعث می‌شود که چگالی‌های میانی به سمت مقادیر گسسته‌ی صفر یا یک سوق داده شوند، به‌طوری که ساختار نهایی به شکل حفره^۲ یا ماده صلب^۳ درآید که برای ساخت مناسب باشد.

برای ایجاد پایداری و مفهوم پیدا کردن بهینه سازی بر اساس گرادیان، استفاده از متغیر بهینه سازی (چگالی) پیوسته بین صفر و یک اجتناب ناپذیر است، اما برای ساخت پذیری باید این چگالی های بینابینی به گونه ای جریمه شوند تا اثر مکانیکال غیرواقعی کمتری در طراحی بگذارند علاوه بر این باید شکل نهایی به اعداد صفر یا یک نزدیک تر شوند. [۷].

چرایی استفاده از روش SIMP در بهینه‌سازی توپولوژی

انتخاب روش SIMP^۴ برای این پژوهش بر پایه چند دلیل کلیدی صورت گرفته است. نخست، این روش با تعریف متغیر چگالی پیوسته در بازه‌ی صفر تا یک برای هر المان، دامنه‌ای هموار و پایدار برای بهینه‌سازی ایجاد می‌کند [۷]. این ویژگی امکان محاسبه‌ی حساسیت‌ها و اعمال الگوریتم‌های گرادیان‌محور را فراهم می‌سازد و از بروز ناپایداری عددی جلوگیری می‌کند. دوم، مکانیزم پنالتی در SIMP باعث می‌شود که مقادیر میانی چگالی به‌طور طبیعی به سمت صفر (خلاً) یا یک (جامد) سوق داده شوند و بنابراین، ساختار نهایی پتانسیل این را دارد که به شکل یک فضای پیوسته و واقعی به دست آید. سوم، این روش به‌خوبی با فرمول‌بندی‌های مبتنی بر همگن‌سازی و تحلیل اجزای محدود ادغام می‌شود. مجموعه‌ی این ویژگی‌ها موجب شده است که SIMP در سال‌های اخیر به استاندارد غالب در بهینه‌سازی توپولوژی و طراحی متامتریال‌ها تبدیل گردد و در این پژوهش نیز انتخاب شود [۳۳].

۳-۴- همگن سازی مبتنی بر انرژی

روش همگن‌سازی مبتنی بر انرژی به‌عنوان یک ابزار کلیدی برای محاسبه خواص مکانیکی ماکروسکوپی مواد با ریزساختارهای تناوبی شناخته می‌شود. روش همگن‌سازی مبتنی بر انرژی در این چهارچوب نقش کلیدی دارد زیرا می‌تواند درایه های ماتریس الاستیسیته همگن شده را مستقیماً به المان های ریزساختار مرتبط کند و همچنین گرادیان درایه های ماتریس الاستیسیته ماکرو نسبت به

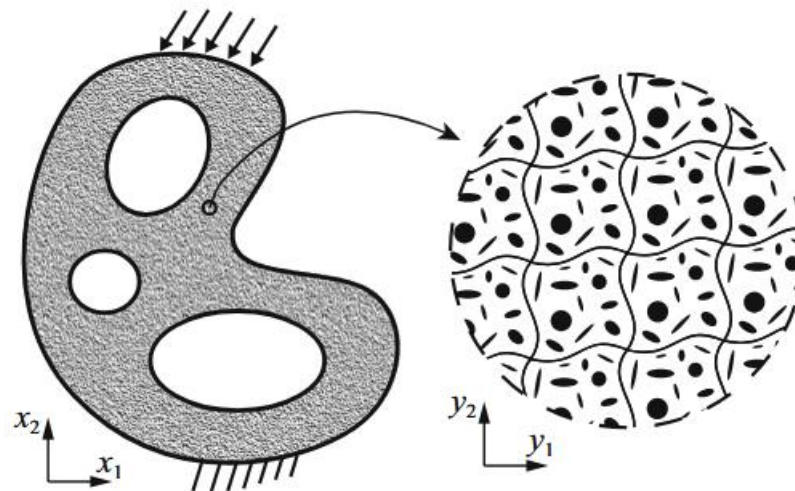
¹ penalization

² void

³ solid

⁴ - 1 Solid Isotropic Material with Penalization

متغیر بهینه سازی که همان چگالی المان های میکرو است را محاسبه پذیر میکند و این بدین معناست که حساسیت و گرادیان تابع هدف در بهینه سازی را میتوان با این روش نسبت به متغیر بهینه سازی محاسبه کرد. این ویژگی باعث می شود که این روش به خوبی با الگوریتم های بهینه سازی توپولوژی ادغام پذیر باشد و برای طراحی متامتریال ها بسیار مناسب باشد و این روش بر اصل هم ارزی انرژی-Hill-Mandel استوار است [۷].



شکل ۳-۱ نمایش ریزساختار و ساختار کلی برای نمونه

همانطور که در شکل ۳-۱ قابل مشاهده است در چارچوب الاستیسیته خطی، ریزساختار تناوبی ماده در فضای سه بعدی $\mathbb{R}^3$ به شکل زیر تعریف میشود:

$$Y = [0, y_1^0] \times [0, y_2^0] \times [0, y_3^0] \quad (3-2)$$

که در آن y_1^0, y_2^0, y_3^0 ابعاد سلول واحد در سه راستای فضایی هستند که یک فضای مکعبی را تشکیل می دهند. طبق فرض اصلی در همگن سازی ابعاد ریزساختار باید در مقایسه با ابعاد ماکرو به اندازه ای کوچک باشد که بتوان اتفاقات میکرو را به یک نقطه از ماکرو نسبت داد.

قضیه Hill-Mandel بیان می کند که انرژی کرنشی متوسط در مقیاس میکرو باید با انرژی کرنشی در مقیاس ماکرو برابر باشد [۳۰]

$$E:\Sigma = \langle \sigma:\varepsilon \rangle \quad (3-3)$$

که در آن:

- σ و ε تنش و کرنش محلی در سلول واحد میکرو،
- Σ و E تنش و کرنش مؤثر در مقیاس ماکرو،
- $\langle \cdot \rangle$ میانگین حجمی روی سلول واحد Y .

که بر اساس الاستیسیته خطی تنش ماکرو Σ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Sigma = D^H : E \quad (3-4)$$

کرنش محلی در مقیاس میکرو را می‌توان به صورت ترکیب کرنش ماکرو و یک میدان نوسانی تناوبی نوشت [۴۷]:

$$\varepsilon(x) = E + \varepsilon^*(x) \quad (3-5)$$

که در آن E کرنش ماکروسکوپی یکنواخت و $\varepsilon^*(x)$ نوسانات محلی ناشی از ریزساختار است.

تانسور الاستیسیته همگن شده $D_{\{ijkl\}}^{\{H\}}$ با اعمال روابط ۳-۳ و ۳-۵ بدین صورت محاسبه می‌شود [۶].

$$D_{\{ijkl\}}^{\{H\}} = \frac{1}{|Y|} \int_Y D_{\{ijpq\}} \left(\varepsilon_{\{pq\}}^{\{0(kl)\}} - \varepsilon_{\{pq\}}^{\{*(kl)\}} \right) dY \quad (3-6)$$

که در آن:

- $D_{\{ijpq\}}$ تانسور الاستیسیته محلی است؛
- $\varepsilon_{\{pq\}}^{\{0(kl)\}}$ کرنش ماکروسکوپی اعمال شده است؛
- $\varepsilon_{\{pq\}}^{\{*(kl)\}}$ نوسانات تناوبی کرنش محلی ناشی از ناهمگنی ریزساختار.

رویکرد مبتنی بر انرژی که از قضایای متوسط تنش و کرنش استفاده می‌کند، در این کار به جای رویکرد مجانبی اتخاذ شده است. رویکرد مبتنی بر انرژی، کرنش‌های آزمون واحد را مستقیماً روی مرزهای سلول پایه اعمال می‌کند و $\varepsilon_{pq}^{A(ij)}$ را که مربوط به میدان‌های کرنش روی هم گذاشته شده

$\varepsilon_{\{pq\}}^{\{0(kl)\}} - \varepsilon_{\{pq\}}^{\{*(kl)\}}$ در معادله (۳-۶) است، را استخراج می‌کند [۶].

$$D_{\{ijkl\}}^{\{H\}} = \frac{1}{|Y|} \int_Y D_{\{pqrs\}} \left(\varepsilon_{pq}^{A(ij)} - \varepsilon_{rs}^{A(kl)} \right) dY \quad (3-7)$$

بنابراین تانسور سختی همگن می تواند بر حسب انرژی های متقابل المان ها بیان شود:

$$D_{\{ijkl\}}^H = \frac{1}{|Y|} \sum_{e=1}^N u_e^{A(ij)} k_e u_e^{A(kl)} \quad (3-8)$$

که در رابطه (۳-۸)

- N تعداد کل المان های محدود در میکرو است
- $u_e^{A(kl)}$ جواب های جابجایی المان ها متناظر با ۶ میدان کرنش آزمون واحد است.
- k_e ماتریس سختی المان میکرو است.

مقایسه رویکرد انرژی محور و مجانبی در همگن سازی

در این پژوهش از روش همگن سازی مبتنی بر انرژی برای استخراج خواص مؤثر ریزساختار استفاده شده است. این رویکرد بر اساس محاسبه مستقیم انرژی کرنشی در سلول واحد تناوبی و میانگین گیری تنش و کرنش عمل می کند و بنابراین امکان استخراج صریح تانسور سختی همگن را فراهم می سازد. مزیت مهم این روش در آن نهفته است که به گونه ای که گرادیان های خواص همگن شده نسبت به متغیر طراحی (چگالی المان ها) به طور مستقیم و تحلیلی قابل محاسبه اند. همین ویژگی باعث می شود که روش انرژی محور به خوبی با الگوریتم های بهینه سازی توپولوژی ادغام شده و روند طراحی را پایدار و همگرا سازد. با این حال، دقت این روش بر پایه چند فرض کلیدی استوار است: تناوب کامل ریزساختار، کوچک بودن ابعاد سلول نسبت به مقیاس ماکرو، و خطی بودن رفتار الاستیک ماده پایه. در صورت رعایت این پیش فرض ها، نتایج حاصل از این روش کاملاً قابل اعتماد خواهد بود.

در مقابل، رویکرد مجانبی یا بسط نامتناهی چندمقیاسی یک ابزار ریاضی دقیق تر است که بدون اتکا به محاسبات انرژی و با استفاده از بسط های تحلیلی، خواص مؤثر ماده را به دست می آورد. این روش اگرچه از نظر تئوری جامع تر است و به محدودیت های انتخاب بارگذاری های آزمون وابسته نیست، اما به دلیل پیچیدگی محاسباتی بالا و دشواری در استخراج حساسیت ها، کاربرد عملی کمتری در مسائل بهینه سازی توپولوژی دارد.

به طور خلاصه می توان گفت روش انرژی محور با وجود برخی فرضیات ساده کننده، تعادل مناسبی میان دقت، سادگی محاسباتی و سازگاری با الگوریتم های بهینه سازی برقرار می کند و از این رو در این تحقیق

به‌عنوان روش اصلی انتخاب شده است، در حالی که رویکرد مجانبی بیشتر جنبه تئوریک داشته و برای مطالعات تحلیلی مناسب‌تر است [۳۰].

۳-۵- شرایط مرزی تناوبی

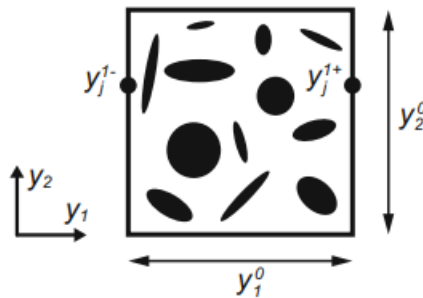
برای اطمینان از اینکه ریزساختار به‌طور دقیق نماینده یک ماده تناوبی بی‌نهایت است، شرایط مرزی تناوبی اعمال می‌شوند. این شرایط سازگاری جابجایی در وجه‌های مقابل ریزساختار را تضمین می‌کنند.

میدان جابجایی $u(x)$ در میکرو با فرض شرایط مرزی تناوبی تحت یک کرنش معین ε ماکرو به صورت زیر بیان می‌شود همانگونه که در (۳-۵) بیان شد:

$$u_i = \varepsilon y + \tilde{u}_i \quad (3-9)$$

که در آن εy میدان جابه جایی ماکرو و $\tilde{u}_i$ میدان نوسانات تناوبی است. [۴۷]

در عمل، معادله (۳-۹) نمی‌تواند مستقیماً روی مرزها اعمال شود زیرا عبارت نوسان تناوبی $\tilde{u}$ ناشناخته است. این عبارت کلی باید به تعدادی قید صریح بین جفت‌های متناظر گره‌ها روی سطوح مقابل سلول میکرو تبدیل شود.



شکل ۳-۲ نمونه RVE (ریزساختار) دو بعدی

یک سلول پایه 2D مطابق شکل ۳-۲ را در نظر بگیرید، جابجایی‌ها روی یک جفت مرز مقابل عبارتند از:

$$\begin{aligned} u_i^{k+} &= \varepsilon_{ij}^0 y_j^{k+} + u_i^* \\ u_i^{k-} &= \varepsilon_{ij}^0 y_j^{k-} + u_i^* \end{aligned} \quad (3-10)$$

که در (۳-۱۰) نمایه های "k+" و "k-" جفت دو سطح مرزی موازی مقابل که عمود بر جهت k قرار دارند را بیان می کند.

عبارت تناوبی u_i^* می تواند از طریق تفاوت بین جابجایی ها حذف شود:

$$u_i^{k+} - u_i^{k-} = \varepsilon_{ij}^0 y_j^{k+} - \varepsilon_{ij}^0 y_j^{k-} = \varepsilon_{ij}^0 \Delta y_j^k \quad (3-11)$$

برای هر مدل میکروی متوازی السطوح داده شده، Δy_j^k ثابت است.

بنابراین، با یک ε_{ij}^0 مشخص، سمت راست ثابت می شود. این فرم شرایط مرزی می تواند مستقیماً در مدل المان محدود با قید کردن جفت های متناظر جابجایی های گرهی اعمال شود. در همان زمان، این فرم شرایط مرزی الزامات تناوبی و پیوستگی را برای جابجایی هنگام استفاده از تحلیل المان محدود مبتنی بر جابجایی برآورده می کند [۴۸].

۳-۶- روش معیار بهینگی

. در این پژوهش، به روزرسانی توزیع ماده در طی فرآیند بهینه سازی با استفاده از روش Optimality Criteria (OC) انجام می شود. این روش یکی از پرکاربردترین روش ها در بهینه سازی توپولوژی است و به صورت تکراری میدان چگالی طراحی ρ را به روزرسانی می کند تا تابع هدف را در عین حفظ قیود مسئله (به ویژه محدودیت حجم) به حداقل برساند.

چرایی استفاده از روش OC در این تحقیق

در فرآیند بهینه سازی توپولوژی، انتخاب الگوریتم به روزرسانی چگالی ها نقش تعیین کننده ای در سرعت همگرایی، پایداری عددی و کیفیت ساختارهای بهینه دارد. در این پژوهش روش معیار بهینگی (OC) به عنوان الگوریتم اصلی انتخاب شد. دلایل این انتخاب به شرح زیر است:

۱. سادگی و کارایی عددی روش OC که مبتنی بر اصول بهینه سازی مقید و شرایط کاروش-کون-تاکر (KKT) است و مستقیماً از روابط تحلیلی حساسیت برای به روزرسانی چگالی ها استفاده می کند. این ویژگی موجب می شود روند محاسبات نسبت به روش های عمومی گرادینانی (مانند روش زیرگرادیان یا روش های نیوتنی) ساده تر و سریع تر باشد. در پروژه هایی که تعداد المان ها در حد ده ها هزار است، این سادگی یک مزیت بزرگ محسوب می شود.

۲. پایداری و همگرایی تضمین شده:

برخلاف بسیاری از روش‌های عمومی که در مسائل بدرفتار ممکن است به نوسان یا همگرایی کاذب برسند، الگوریتم OC در عمل نشان داده است که می‌تواند به‌طور پایدار به سمت جواب بهینه حرکت کند. به‌ویژه در ترکیب با فیلترهای هندسی، این روش توانسته است در تحقیق حاضر مانع از گیرکردن در ساختارهای غیرقابل ساخت یا توزیع‌های خاکستری شود.

۳. تناسب با فرمولاسیون مبتنی بر: SIMP

روش OC به طور خاص برای مسائل توپولوژی مبتنی بر SIMP توسعه داده شده و سازگاری کامل با روابط تانسور الاستیسیته و محدودیت حجمی دارد. در حالی که استفاده از روش‌های عمومی‌تر (مانند گرادیان کاهش یا الگوریتم‌های شبه‌نیوتنی) نیازمند تنظیمات پیچیده و ضرایب گوناگون است، OC به‌طور طبیعی با ساختار مسئله همخوانی دارد.

مقایسه با روش‌های جایگزین

۱. روش‌های مبتنی بر گرادیان (MMA و غیره): روش MMA و سایر الگوریتم‌های گرادیانی عمومی توانایی حل مسائل توپولوژی را دارند اما نیازمند تنظیمات متعدد (مانند کران‌های متحرک و ضرایب تنبیه) هستند و حساسیت زیادی به این تنظیمات نشان می‌دهند. در حالی که OC به‌دلیل فرم ساده‌تر، نیاز به تنظیمات کمتری دارد و پایداری بیشتری نشان می‌دهد و از طرفی اعمال شرایط محدودیت حجمی و رسیدن به مقدار بهینه تابع هدف تنظیمات این روش‌ها را مشکل می‌سازد. روش MMA زمانی مزیت دارد که تعداد قیود زیاد، غیرخطی یا پیچیده باشد (مانند قیود تنش یا جابجایی‌های چندگانه). در آن حالت، ساختار تقریبی و انعطاف MMA مفید است، ولی هزینه‌ی محاسباتی بالاتری دارد [۵۰].

۲. الگوریتم‌های فراابتکاری (مانند GA، PSO، SA) الگوریتم‌های تکاملی و فراابتکاری مزیت مهم توانایی جستجوی سراسری و عدم گیرکردن در کمینه‌های موضعی را دارند. با این حال، چند محدودیت اساسی باعث شده است در این پژوهش انتخاب نشوند که مهم‌ترین آن فقدان سازگاری ذاتی با قیود پیوسته: اعمال محدودیت حجمی و فیلترهای هندسی در چارچوب OC بسیار طبیعی است، در حالی که در فراابتکاری‌ها اغلب نیاز به طراحی اپراتورهای پیچیده برای ارضای قیود وجود دارد.

بنابراین انتخاب روش OC در این پژوهش بر پایه سه دلیل اصلی استوار است: سادگی و کارایی عددی، پایداری و همگرایی بالا، و سازگاری کامل با روش SIMP و قیود حجمی.

رابطه به روزرسانی چگالی در فرمول بندی OC:

رابطه به روزرسانی چگالی طراحی برای هر المان به صورت زیر تعریف می شود:

$$\rho_e^{(k+1)} = \begin{cases} \max(0, \rho_e^{(k)} - m) & \text{if } \rho_e^{(k)} \beta^\eta < \max(0, \rho_e^{(k)} - m) \\ \min(1, \rho_e^{(k)} + m) & \text{if } \rho_e^{(k)} \beta^\eta > \min(0, \rho_e^{(k)} + m) \\ \rho_e^{(k)} \beta^\eta & \text{if otherwise} \end{cases}$$

$$\beta = \frac{-\partial f(\rho)/\partial \rho_e}{\lambda \partial V/\partial \rho_e} \quad (3-12)$$

که در (۹):

- مقدار چگالی المان e در تکرار k ρ_e^k
- پارامتر محدودکننده حرکت برای کنترل تغییرات در هر گام m
- ضریب میرایی عددی که به پایداری همگرایی کمک می کند و معمولاً ۰.۵ فرض می شود. η
- مقدار مشتق تابع هدف نسبت به چگالی نرمال شده با قیود حجمی (در ادامه توضیح داده می شود). β

مقدار β جهت گیری به روزرسانی چگالی را تعیین می کند، مقدار منفی که در فرمول β وجود دارد از جهت کمینه سازی تابع هدف $f(\rho)$ است یعنی در خلاف راستای گرادیان، متغیر را تغییر می دهد تا مقدار تابع هدف کمینه شود. گرادیان از رابطه زیر طبق قاعده مشتق زنجیره ای به دست می آید:

$$\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho_e} = \frac{\partial f}{\partial D_{\{ijkl\}}^H(\rho)} \frac{\partial D_{\{ijkl\}}^H(\rho)}{\partial \rho_e} \quad (3-13)$$

$$\frac{\partial D_{\{ijkl\}}^H(\rho)}{\partial \rho_e} = \frac{1}{|Y|} p \rho^{p-1} (E_0 - E_{min}) u_e^{A(ij)} k_0 u_e^{A(kl)} \quad (3-14)$$

رابطه (۳-۱۴) از روابط (۳-۸) و (۳-۱) به دست آمده است و در آن k_0 ماتریس سختی المان solid است.

برای به دست آوردن $u_e^{A(kl)}$ ها از روش های عددی المان محدود استفاده می شود.

وقتی از مش یکنواخت استفاده می شود بنابراین : $\partial V / \partial \rho_e = 1$

برای اعمال قید محدودیت حجمی از ضریب لاگرانژین λ استفاده میشود [۷].

نکته بسیار مهمی در رابطه (۱۴-۳) در مقایسه آن با بهینه سازی های توپولوژی متداول تحت عنوان "کمینه کردن نرمی" وجود دارد در بهینه سازی هایی که هدف آن کمینه سازی مقدار نرمی است ; ماتریس نرمی همیشه رابطه معکوس با متغیر بهینه سازی یعنی چگالی دارد لذا یک منفی در رابطه $\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho_e}$ وجود خواهد داشت بدین معنا که همیشه با کاهش چگالی در هر المان لزوما میزان نرمی افزایش می یابد و مسئله به این صورت قابل تفسیر است که "با محدودیت حجمی کدام المان را از متریال خالی کنیم تا کمترین مقدار تاثیر در افزایش نرمی را داشته باشد." اما در مسئله این پژوهش به دلیل اینکه با افزایش چگالی در هر المان لزوما درایه های تنسور الاستیسیته مقدار بزرگتری خواهد داشت بنابراین این گرادیان مقدار لزوما مثبتی دارد. یعنی همیشه مقدار درایه های تنسور همگن شده با چگالی المان ها رابطه مستقیم دارد بدین معنا که هر چه چگالی المان ها بیشتر باشد لزوما درایه های تنسور همگن شده مقادیر بزرگتری هستند.

بنابراین مسئله کلی بهینه سازی به صورت زیر در آمد:

$$\text{Minimize: } f(D_{\{ijkl\}}^H)$$

$$\text{Subject to: } \frac{1}{V} \int_V \rho(x) dV \leq V^* \quad (3 - 15)$$

¹ Compliance minimization

فصل ۴: پیاده سازی عددی و نتایج مدل سازی

۴-۱- مقدمه

در این فصل، به پیاده سازی عددی چارچوب طراحی معکوس جهت تولید متامتریال های مکانیکی پیوسته برای استفاده در جداسازهای لرزه ای پرداخته می شود. هدف این چارچوب طراحی، تولید میکروساختارهایی با خواص مکانیکی هدفمند—به ویژه نسبت بالای مدول حجمی (K) به مدول برشی— (G) است. این نسبت بالا می تواند نقش مؤثری در کاهش انتقال ارتعاشات از بستر به سازه ایفا نماید. فرآیند طراحی معکوس مبتنی بر بهینه سازی توپولوژی و همگن سازی انرژی محور بوده و با مجموعه ای از فیلترهای هندسی و مکانیکی تقویت شده است. در این فصل، به صورت گام به گام تابع هدف، قیود مسئله، روش های فیلتر سازی، حلقه کامل بهینه سازی و نتایج به دست آمده تشریح می گردد.

۴-۲- تابع هدف و محدودیت حجمی

۴-۲-۱ تابع هدف

تابع هدف این مطالعه، بیشینه سازی نسبت مدول حجمی به مدول برشی (K/G) ماکرو برای یک سلول واحد تناوبی یا همان ریزساختار میکرو از متامتریال مورد نظر است. این تابع هدف در قالب یک مسئله به حداقل رساندن مقدار منفی این نسبت تعریف شده است تا با روش های متداول بهینه سازی قابل حل باشد یعنی بدین معنا که همزمان با کم کردن مقاومت در برابر برش مقامت حجمی به شکل قابل توجهی حفظ شود:

$$\text{Minimize: } f(D_{ijkl}^H) = -\frac{K}{G}$$

$$G = \frac{1}{3}(D_{44}^H + D_{55}^H + D_{66}^H) \quad (4-1)$$

$$K = \frac{1}{9}(D_{11}^H + D_{22}^H + D_{33}^H + 2D_{12}^H + 2D_{13}^H + 2D_{23}^H)$$

علت تعریف تابع هدف:

رابطه تنش و کرنش الاستیک در یک ساختار سه بعدی به شکل زیر است

$$\sigma = D\varepsilon \quad (4-2)$$

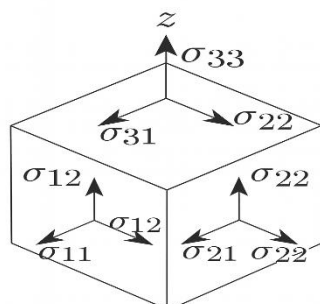
که در آن D ماتریس الاستیسیته رفتاری است و σ تنش است و ε کرنش است.

نمایش وگت این معادله را به شکل (۴-۳) نشان می دهد:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & D_{44} & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & D_{55} & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & D_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{pmatrix}$$

(4-3)

و نمایش تنش ها در یک ساختار سه بعدی به صورت شکل (۴،۱) می شود:



شکل ۴-۱: نمایش تنش ها در یک فضای ۳ بعدی

مطابق شکل (۴-۱) در ساختار نهایی برای یک جداساز لرزه لازم است مقاومت زیادی در برابر σ_{33} و به طور کلی در برابر نیروهای حجمی و فشاری وجود داشته باشد و در برابر τ_{12} و τ_{13} و به طور کلی نیروهای ناشی از برش که در زلزله موجود است مقاومت اندکی داشته باشد بنابراین اصل مسئله بهینه سازی در اینجا بدین صورت است که درایه های مربوط به تنش های محوری یعنی D_{11} و D_{12} و D_{13} و D_{22} و D_{33} باید بیشینه باشد و از طرفی درایه های مربوط به تنش های برشی D_{44} و D_{55} و D_{66} باید کمینه باشند تا بتوان این ساختار را به عنوان یک جداساز لرزه ای در نظر گرفت.

۴-۲-۲ قید حجمی

برای کنترل مصرف ماده و افزایش قابلیت ساخت، از یک محدودیت حجمی در رابطه (۴-۴) استفاده شده است. قید به صورت زیر تعریف شده:

$$\frac{1}{V} \int_V \rho(x) dV \leq V^* \quad (4-4)$$

که در رابطه (۴-۴)، $\rho(x)$ تابع چگالی هر المان x در ریزساختار و V^* برابر ۰٫۳ (یعنی تنها ۳۰٪ از حجم کل طراحی) در نظر گرفته شده است. این محدودیت تضمین می کند که ساختار نهایی سبک وزن باقی بماند و برای تولید انبوه مناسب باشد. در اکثر مسائل طراحی معکوس از این مقدار برای محدودیت حجمی استفاده می شود. [۱۷]

با نسبت حجمی ۳۰ درصد امکان بهینگی و تغییر قابل توجه تابع هدف ارضا می‌شود. البته این نسبت حجمی ۳۰ درصد سبب می‌شود ساختار ماکروی نهایی قابلیت تحمل بارگذاری مهندسی را دارا باشد و دچار کمانش و نرمی بیش از اندازه نباشد [۳۰].

در اکثر پروژه های طراحی معکوس با توابع هدف ساده تر محدودیت نسبت حجمی نقش مهمی دارد و بدین معنا که این موضوع در توابع هدف ساده مورد بحث است که "با نسبت حجمی ۳۰ درصد بیشترین مقدار تابع هدف ممکن حاصل شود با استفاده از ۳۰ درصد نسبت حجمی حاصل شود". در این توابع هدف ساده تر، حساسیت تابع هدف نسبت به متغیر بهینه سازی (چگالی المان ها) صریح و خوش رفتار است و از طرفی واضح است که با قاطعیت این توابع هدف ساده در نسبت حجمی ۳۰ درصد از مقادیر نظیر نسبت حجمی ۱۰۰ درصد کمتر است اما هدف این مسائل این است که در یک نسبت حجمی مشخص و با یک حجم از مصرف متریال، بیشینه مقدار تابع هدف را داشته باشند اما در این پژوهش نسبت حجمی نقش کلیدی ندارد بدین معنا که هدف از بهینه سازی، در این پژوهش، بهبود نسبت K/G است و به عبارت دیگر یک ریزساختاری مطلوب است که مقدار K/G بیشتری از متریال ها متداول داشته باشد.

از طرفی، حساسیت تابع هدف پیچیده در این پژوهش نسبت به متغیر بهینه سازی (چگالی المان ها) صریح و واضح و خوش رفتار نیست و تابع هدف و حساسیت اش نیاز به اصلاحاتی دارند تا بتوان این مسئله را حل و بهینه سازی موفق انجام گیرد. به عبارتی در این مسئله چالش اصلی کمینه کردن G و توانان بیشینه کردن K است و همین کمینه سازی G با الگوریتم های متداول بهینه سازی همخوانی ندارد و بدرفتار بودن و عدم صراحت تحلیل حساسیت از این نقطه شروع می‌شود.

۴-۳- استراتژی فیلترینگ پیشرفته

۴-۳-۱ هدف فیلترینگ

فیلترینگ در این پروژه تنها محدود به رفع چکربرد یا وابستگی به شبکه المان ها نیست، بلکه برای اعمال ویژگی های هندسی مانند تقارن، پیوستگی و حذف عناصر منزوی نیز توسعه داده شده است. نوآوری اصلی در این تحقیق در تعریف توابع فیلترینگ جدید است. در اصل در بهینه سازی توپولوژی هدف فقط رسیدن به یک شکل با مقدار بهینه از تابع هدف نمی باشد بلکه قابل تولید بودن و اجراپذیر بودن طرح نیز اهمیت ویژه ای دارد لذا در این پژوهش از فیلتر هایی استفاده شده است تا شکل نهایی

علاوه بر بهینه بودن به لحاظ خواص مکانیکی قابلیت ساخت را داشته باشد [۲۲]. بنابراین فیلتر با دو هدف اصلی حفظ تقارن و حفظ پیوستگی بین المان ها طراحی گردیده است.

با توجه به اینکه متامتریال جهت ساخت یک جداساز لرزه ای طراحی می شود، رفتار مشابه در دو راستای زلزله اهمیت قابل توجهی دارد و K و G که به صورت میانگین از درایه های تنسور الاستیسیته همگن شده هستند و در تابع هدف تعریف شده اند باید به نوعی التزام داشته باشند که در مقابل نیرو های برشی در هر دو راستای زلزله رفتار غیرارتوتروپ و تقریباً مشابهی نشان دهند بنابراین فیلتر تقارنی جهت حداقل سازی رفتار ارتوتروپیک^۱ الزامی است تا ساختار نهایی رفتار شبیه تری به یک ساختار ایزوتروپیک داشته باشد که بتوان در جداساز لرزه ای از آن استفاده کرد.

از طرفی به خاطر بد رفتار بودن و پیچیدگی تابع هدف، احتمال اینکه روند بهینه سازی به سمت عدم پیوستگی طراحی پیش برود زیاد است لذا فیلتر پیوستگی به نوعی روند بهینه سازی را به سمت واقعی و عملی شدن نتایج سوق می دهد.

۴-۳-۲ فیلتر تقارنی

در طراحی ساختارهای متامتریالی تناوبی، تقارن هندسی و مکانیکی نقش مهمی در تضمین خواص مکانیکی همسانگرد، قابلیت ساخت، و عملکرد پایدار ایفا می کند. فیلتر تقارنی به گونه ای طراحی شده است که در طول فرآیند بهینه سازی توپولوژی، توزیع ماده در سلول واحد، از لحاظ تقارن های فضایی نظیر انعکاس و دوران حفظ شود. این فیلتر با نگاشت اطلاعات چگالی بین عناصر متقارن در سلول واحد، ساختاری متقارن و یکنواخت تولید می کند.

در یک سلول واحد سه بعدی مکعبی، می توان برای هر المان در مکعب، هفت المان دیگر را به عنوان همتهای تقارنی آن شناسایی کرد. این تقارن ها شامل سه انعکاس نسبت به صفحات تقارن (xy, yz, xz) و ترکیباتی از آن ها همراه با چرخش های 90° و 180° درجه است. اعمال این تقارن ها باعث می شود ساختار نهایی از تمام جهات رفتار مکانیکی مشابهی از خود نشان دهد—موضوعی که برای طراحی متامتریال های مورد بحث در این پژوهش حیاتی است. برای اعمال تقارن در سلول واحد (ریزساختار) هر المان در سلول واحد با هفت عنصر قرینه در جهات مختلف پیوند داده می شود. یعنی هر المان به المان های متناظر در تمام صفحات تقارن مرتبط شده است تا یک شکل تا حد ممکن ایزوتروپیک را حاصل کند.

¹ anisotropic

۴-۳-۳ فیلتر پیوستگی

یکی دیگر از چالش‌های رایج در بهینه‌سازی توپولوژی، ظهور المان‌های منزوی یا مسیرهای گسسته در ساختار نهایی است. چنین ویژگی‌هایی نه تنها از لحاظ مکانیکی عملکرد ضعیف و غیرواقعی دارند، بلکه عملاً غیرقابل ساخت نیز هستند. برای تضمین ساخت پذیر بودن و وجود مسیرهای بارگذاری پیوسته و حذف عناصر منزوی، از فیلتر همسایگی استفاده شده است. این فیلتر روی ۶ المان مجاور هر المان که به صورت وجه به وجه به المان متصل هستند اثر میکند تا پیوستگی بین المان‌ها به صورت کامل در بهینه سازی اعمال شود و از هر گونه ناپیوستگی یا الگوی شطرنجی به طور کامل اجتناب شود.

۴-۳-۴ اعمال فیلترها

این فیلترها روی چگالی المان‌ها اعمال می‌شوند:

$$\tilde{\rho}_i = \frac{\sum_{j \in N_i} w_{ij} x_j}{\sum_{j \in N_i} w_{ij}} \quad (4-5)$$

در (۴-۵) $\tilde{\rho}_i$ چگالی فیلتر شده المان i ام است. x_j چگالی المان j ام قبل از فیلتریگ است که متغیر بهینه سازی در این مسئله می‌باشد.

N_i مجموعه ۶ المان مجاور المان i هستند که به صورت وجه به وجه با المان i همسایگی دارد و ۷ المان متناظر با المان i در صفحات تقارن هستند به همراه خود المان i . w_{ij} وزن‌هایی است که بر چگالی‌ها اثر میکند. در اینجا یعنی چگالی هر المان به صورت میانگین وزن دار چگالی ۶ المان همسایه مجاور و ۷ المان متناظر نسبت به صفحات تقارن و چگالی خود المان محاسبه می‌شود.

۴-۳-۵ فیلتر هوی ساید

یکی از چالش‌های اصلی در بهینه‌سازی توپولوژی، وجود مقادیر میانی در چگالی المان‌های طراحی شده است. این مقادیر بین صفر (خلاً) و یک (جامد) قرار می‌گیرند و ساختار نهایی را به سمت طراحی‌های خاکستری سوق می‌دهند، که نه تنها از نظر ساخت‌پذیری نامناسب‌اند، بلکه منجر به نتایج مکانیکی غیردقیق نیز می‌شوند. برای رفع این مشکل، از فیلتر هوی‌ساید به‌عنوان یک تکنیک نرم‌سازی غیرفشرده استفاده می‌شود که با اعمال یک تابع نگاشتی غیرخطی، مقادیر چگالی را به سمت مقادیر صفر و یک هدایت می‌کند. هدف اصلی این فیلتر، افزایش وضوح مرز بین مناطق جامد و خلاً در ساختار است. این فیلتر به تدریج ساختار را از حالت خاکستری به یک ساختار دودوی هدایت می‌کند. مزیت دیگر این روش، امکان کنترل پیش‌رونده شدت این نگاشت است که با پارامتر β کنترل می‌شود [۱۵].

فرم تابع نگاشت هوی ساید

نگاشت هوی ساید در این چارچوب به شکل زیر پیاده سازی شده است:

$$\rho_{phys i} = 1 - e^{-\beta \rho_{\sim i}} + \rho_{\sim i} e^{-\beta} \quad (4 - 6)$$

که در آن:

- $\rho_{\sim i}$ چگالی میانگین شده پس از اعمال فیلترهای تقارنی و پیوستگی است؛
- $\rho_{phys i}$ چگالی فیزیکی نهایی است که وارد تحلیل اجزای محدود می شود؛
- β پارامتر تیزکننده ی منحنی نگاشت است که با افزایش آن، گذار بین صفر و یک شدیدتر و سریع تر انجام می شود.

رفتار β در طول بهینه سازی

پارامتر β از مقدار اولیه پایین (مثلاً $\beta = 1$) شروع شده و در طی فرآیند بهینه سازی به صورت تدریجی افزایش می یابد. در مراحل ابتدایی، β پایین باعث می شود که چگالی ها به صورت نرم و پیوسته بین صفر و یک توزیع شوند، که برای آغاز فرآیند طراحی و یافتن مسیرهای بارگذاری مفید است. در ادامه، با افزایش β ، توزیع چگالی به صورت ناگهانی و گسسته تر شده و در نهایت به یک ساختار تقریباً دودویی تبدیل می شود.

این روند در نمودار تاریخچه حجم و تابع هدف نیز نمایان است: هر بار که مقدار β افزایش می یابد، نوساناتی در حجم مؤثر مشاهده می شود که نشان دهنده ی بازآرایی عناصر در پاسخ به تغییر ناگهانی در نگاشت هوی ساید است.

اهمیت هوی ساید در چارچوب حاضر

بدون استفاده از فیلتر هوی ساید، چگالی های میانی در ساختار باقی می مانند و بهینه سازی ممکن است به یک نقطه ختم شود که فاقد وضوح مرزی کافی و مسیرهای بارگذاری نامشخص است. استفاده از این فیلتر به ویژه در کنار فیلترهای تقارنی و پیوستگی، چارچوب بهینه سازی را بسیار قدرتمند می سازد و منجر به ساختارهای متقارن، پیوسته، و با توپولوژی قابل ساخت می شود.

۴-۳-۶ رویکرد این پژوهش

در این پژوهش، با توجه به نیازهای عملکردی جداساز لرزه‌ای مبتنی بر متامتریال، فیلترها نه یک مرحله‌ی پساپردازشی، بلکه بخشی از فرمولاسیون اصلی هستند:

- همگن‌سازی مبتنی بر انرژی و تحلیل حساسیت‌ها بر مبنای چگالی فیلترشده انجام می‌شود تا خواص مؤثر پیش‌بینی‌شده با هندسه‌ی نهایی سازگار باشد.
- بسته‌ی یکپارچه‌ی فیلترها به صورت سه‌گانه اعمال شده است:
 - تقارن برای نزدیک‌سازی رفتار مؤثر به همسانگردی مطلوب [۴۰].
 - قید اتصال برای حذف جزایر و تضمین مسیر باربری پیوسته.
 - هویساید برای باینری‌سازی پایدار [۱۵].

پیامد برای طراحی متامتریال جداساز

یکپارچه‌سازی فیلتر تقارن با فیلتر اتصال و فیلتر هویساید در لایه‌ی فرمولاسیون (نه صرفاً پساپردازش) سبب می‌شود خواص مؤثر به‌دست‌آمده از همگن‌سازی با هندسه‌ی ساختنی و پیوسته منطبق باشند. این دقیقاً همان چیزی است که برای دستیابی به نسبت‌های هدف‌گذاری‌شده‌ی سختی مؤثر (مانند K/G) همراه با پایداری و ساخت‌پذیری نیاز است.

۴-۳-۷ فرآیند مرحله‌به‌مرحله اعمال فیلترهای هندسی و مکانیکی در چارچوب طراحی معکوس

- در ابتدای هر گام از بهینه‌سازی، چگالی‌های خام هر المان i به صورت وجود دارد. (x_i) حاصل مقداردهی اولیه و یا مرحله قبلی بهینه‌سازی هستند. چگالی خام متغیر بهینه‌سازی است.
- برای هر المان، هفت المان هم‌تای تقارنی آن و شش المان همسایه شناسایی می‌شود.
- مقدار چگالی فیلترشده، به صورت میانگین بین این ۱۴ عنصر (عنصر اصلی + ۷ قرینه + ۶ همسایه) بر اساس (۱۴) محاسبه می‌شود.
- یعنی چگالی فیلتر شده $\tilde{\rho}_i$ محاسبه می‌شود.

اعمال فیلتر هوی‌ساید جهت گسسته‌سازی توپولوژی

پس از تولید یک ساختار متقارن و پیوسته، نوبت به گسسته‌سازی توپولوژی و حذف چگالی‌های میانی (خاکستری) است. تابع نگاشت هوی‌ساید به صورت (۴-۶) اعمال می‌شود تا $\rho_{phys i}$ به دست آید.

حالا ریزساختار آماده فرایند همگن سازی و محاسبات عددی جهت بهینه سازی شود.

بنابراین در این فرایند سه دسته پاسخ برای چگالی المان های میکرو وجود دارد:

چگالی خام x_i که متغیر بهینه سازی است و تغییرات بر روی این دسته پاسخ اعمال می شود

چگالی فیلتر شده با فیلتر تقارنی و اتصال $\tilde{\rho}_i$ که بر روی چگالی خام اثر میکند و تقارن و پیوستگی را تضمین میکند.

چگالی $\rho_{phys i}$ که با اعمال فیلتر هوی ساید و گسسته سازی چگالی المان ها باعث می شود رفتار مکانیکی واقعی تری وجود داشته باشد و از روی این چگالی محاسبات همگن سازی و تحلیل حساسیت انجام میگردد.

۴-۴- مقدار دهی اولیه

یک مقدار دهی اولیه رندوم و تصادفی برای ریزساختار در نظر گرفته می شود. مقدار دهی اولیه در مسائل معکوس بر خلاف مسائل کمینه سازی نرمی به صورت یکنواخت نمی باشد زیرا به دلیل عدم وجود بارگذاری و شرایط مرزی تناوبی مقداردهی اولیه یکنواخت باعث عدم پیشبرد بهینه سازی می شود و در مرجع [۵۱] مقداردهی اولیه تاحدودی بررسی شده است اما همچنان پیشنهاد دقیقی برای آن وجود ندارد. در این پژوهش از مقدار دهی رندوم استفاده شده و چون آثار فیلتر شدن چشمگیر است انتظار می رود مقداردهی اولیه اثر زیادی در مسئله نداشته باشد به عبارت دیگر مشکل مقداردهی اولیه با نوآوری های فیلترینگ تا حد قابل قبولی برطرف گردیده و وابستگی به مقداردهی اولیه کمرنگ تر شده و جای خود را به وابستگی به ضرایب فیلترینگ می دهد.

۴-۵- اعمال فیلتر در محاسبات همگن سازی و حساسیت تابع هدف نسبت به چگالی فیلتر شده

در بسیاری از مقالات بهینه سازی توپولوژی فیلتر را در محاسبه پس از به روز رسانی چگالی ها در هر لوپ اعمال میشود در اینجا ابتدا یک مقدار دهی اولیه به صورت رندوم به دامنه طراحی (ریزساختار) داده می شود، سپس فیلتر اعمال میشود تا شرایط فیزیکی لازمه را اعمال کند تا بتوان به نتایج همگن سازی اعتماد کرد. یعنی در اصل تابع هدف در این مسئله تابعی از چگالی فیلتر شده

است زیرا ویژگی های مکانیکی شکل نهایی پس از اعمال فیلتر حائز اهمیت است. یعنی میتوان تابع $f(\rho_{phys})$ هدف را بدین صورت نوشت:

بنابراین مقدار $\frac{\partial f(\rho_{phys})}{\partial \rho_{phys}}$ که در فصل ۳ از طریق همگن سازی مبتنی بر انرژی به دست آوردیم را محاسبه میکنیم.

برای به روز رسانی چگالی خام (متغیر بهینه سازی) از طریق روابط OC $\frac{\partial f(\rho_{phys})}{\partial x_j}$ را باید به دست آورده شود تا با استفاده از آن مقادیر چگالی المان ها را به روز رسانی کنیم:

$$x^{(k+1)}_i = \begin{cases} \max(0, x^{(k)}_i - m) & \text{if } x^{(k)}_i \beta^\eta < \max(0, x^{(k)}_i - m) \\ \min(1, \rho^{(k)}_i + m) & \text{if } x^{(k)}_i \beta^\eta > \min(0, x^{(k)}_i + m) \\ x^{(k)}_i \beta^\eta & \text{if otherwise} \end{cases}$$

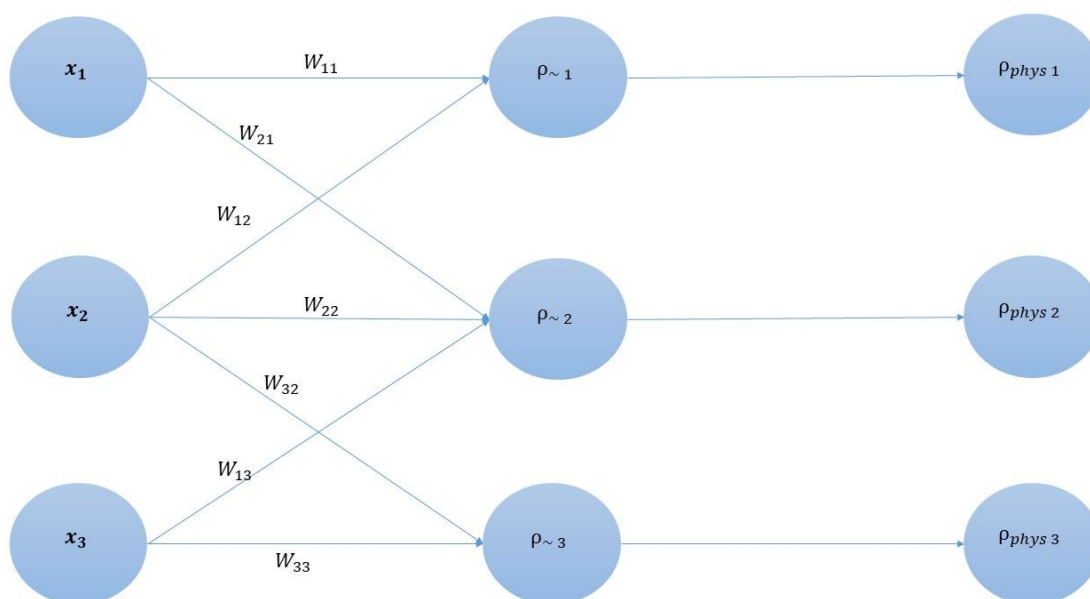
$$\beta = \frac{-\partial f(\rho_{phys})/\partial x_i}{\lambda \partial V(\rho_{phys})/\partial x_i} \quad (4-7)$$

از طریق قاعده مشتق زنجیره ای برای محاسبه $\partial f(\rho_{phys})/\partial x_i$ و $\partial V(\rho_{phys})/\partial x_i$ در (۴-۷) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial f(\rho_{phys})}{\partial x_j} = \sum_i \frac{\partial f(\rho_{phys})}{\partial \rho_{phys i}} \cdot \frac{\partial \rho_{phys i}}{\partial \rho_{\sim i}} \cdot \frac{w_{ij}}{\sum_k w_{ik}} \quad (4-8)$$

$$\frac{\partial V(\rho_{phys})}{\partial x_j} = \sum_i \frac{\partial V(\rho_{phys})}{\partial \rho_{phys i}} \cdot \frac{\partial \rho_{phys i}}{\partial \rho_{\sim i}} \cdot \frac{w_{ij}}{\sum_k w_{ik}} \quad (4-9)$$

$$\frac{\partial \rho_{phys i}}{\partial \rho_{\sim i}} = \beta e^{-\beta \rho_{\sim i}} + e^{-\beta} \quad (4-10)$$



شکل ۲-۴ نمایش روابط فیلتر ها و چگالی های فیلتر شده

برای توضیح بهتر یک نمونه از مشتق زنجیره ای حاصل از دو فیلتر شکل (۲-۴) آمده است و روابط آن برای مثال به شکل زیر است:

$$\frac{\partial f(\rho_{phys})}{\partial x_1} = \frac{\partial f(\rho_{phys 1})}{\partial \rho_{phys 1}} \cdot \frac{\partial \rho_{phys 1}}{\partial \rho_{\sim 1}} \cdot \frac{w_{11}}{w_{11} + w_{12}} + \frac{\partial f(\rho_{phys 2})}{\partial \rho_{phys 2}} \cdot \frac{\partial \rho_{phys 2}}{\partial \rho_{\sim 2}} \cdot \frac{w_{21}}{w_{21} + w_{22} + w_{23}} \quad (4-10)$$

بنابراین با اعمال قاعده مقدار $x^{(k+1)}_i$ به دست می آید و یک مرحله از بهینه سازی پیش میرود و چگالی ها به روز رسانی میشوند و مقدار به روز رسانی شده مجدداً فیلتر شده و $\rho_{\sim i}^{(k+1)}$ و $\rho_{phys i}^{(k+1)}$ به دست می آید:

$$\rho_{\sim i}^{(k+1)} = \frac{1}{\sum w_{ij}} \sum_{j \in N_i} w_{ij} \cdot x^{(k+1)}_j \quad (4-11)$$

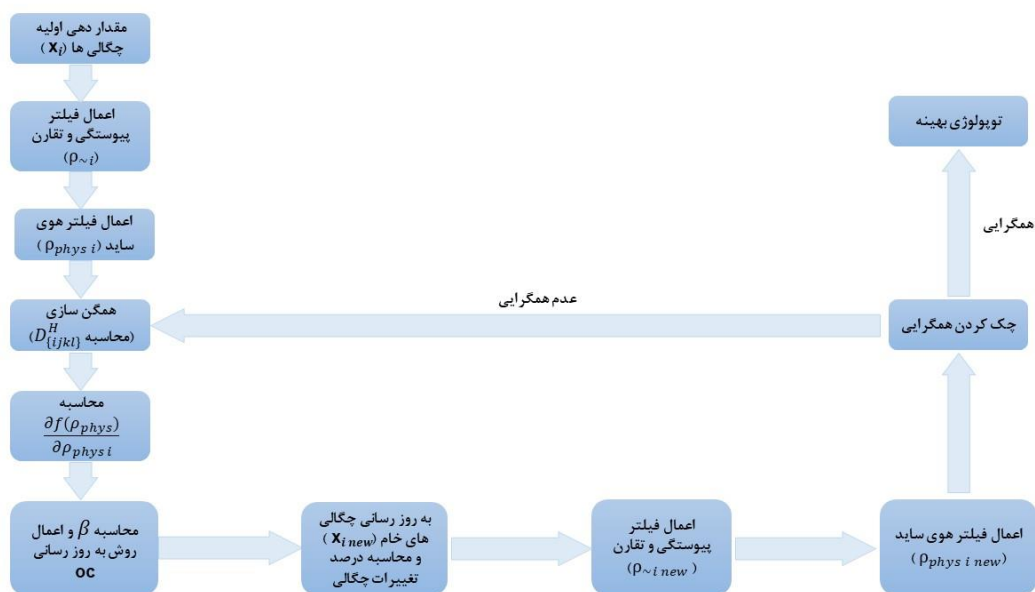
$$\rho_{phys i}^{(k+1)} = 1 - e^{-\beta \rho_{\sim i}^{(k+1)}} + \rho_{\sim i}^{(k+1)} e^{-\beta} \quad (4-12)$$

این بدین معناست که با محاسبه (۴-۱۱) و (۴-۱۲) چگالی فیلتر شده بعد از یک به روز رسانی در فرایند بهینه سازی به دست آمده و آماده همگن سازی و محاسبه به روز رسانی بعدی است. تا زمانی که همگرایی حاصل شود و شکل نهایی حاصل شود. در این مسئله همگرایی به معنای این است که در تغییرات تابع هدف در یک مرحله از بهینه سازی از حدی کمتر باشد. و یا به یک تعداد معینی از لوپ ها برسیم در اینجا چون تابع هدف بدرفتار است و روند بهینه سازی و مقداری تغییرات چگالی در هر لوپ متغیر است مقدار معیار برای تغییرات که نشانه همگرایی است را بسیار کوچک فرض کردیم و اجازه داده شد روند بهینه سازی تعداد لوپ های زیادی را سپری کند.

در اغلب پژوهش های پیشین، فیلترهای مورد استفاده یا محدود به هموارسازی حساسیت ها و چگالی ها بوده اند یا صرفاً به عنوان یک مرحله جانبی پس از به روزرسانی چگالی ها در الگوریتم OC اعمال می شده اند. این امر باعث می شد که نتایج همگن سازی و حساسیت ها لزوماً نماینده ی هندسه ی واقعی نباشند و در عمل ساخت پذیری و پیوستگی سازه تضمین نشود. نوآوری اصلی این پژوهش در آن است که فیلترها نه تنها برای رفع مشکلات عددی به کار رفته اند، بلکه به صورت مستقیم در فرمولاسیون بهینه سازی وارد شده اند. بدین ترتیب، همگن سازی مبتنی بر انرژی و روابط حساسیت ها بر اساس چگالی های فیلتر شده محاسبه می شوند و خروجی نهایی هم زمان از نظر عددی پایدار، از نظر هندسی متقارن و پیوسته، و از نظر ساخت پذیری معتبر خواهد بود.

همچنین در این تحقیق برای نخستین بار ترکیب یکپارچه ی سه فیلتر تقارنی، پیوستگی و هویساید به عنوان یک بسته ی کامل به کار گرفته شده است. فیلتر تقارنی رفتار ریزساختار را به سمت همسانگردی هدایت می کند و امکان طراحی جداسازهای لرزه ای با پاسخ مشابه در جهات مختلف را فراهم می آورد. فیلتر پیوستگی مانع از شکل گیری المان های منزوی می شود و انتقال باربری پیوسته را تضمین می کند. فیلتر هویساید تداومی نیز به تدریج چگالی های میانی را حذف کرده و ساختاری کاملاً باینری ایجاد می کند. این ترکیب، در کنار اصلاح حساسیت ها برای رفع بدرفتاری تابع هدف، نوآوری مهمی است که تاکنون در ادبیات به صورت هم زمان و یکپارچه مطرح نشده و برای کاربرد مهندسی متامتریال های جداساز لرزه ای یک گام جدید محسوب می شود.

۴-۶- فلوچارت بهینه سازی



شکل ۴-۳ فلوچارت یک لوپ از فرایند بهینه سازی

همانطور که در شکل ۴-۳ پیداست به طور خلاصه دو لوپ پی در پی از بهینه سازی شامل گام های زیر است:

۱- مقدار دهی اولیه

۲- اعمال فیلتر ها

۳- محاسبه همگن سازی

۴- محاسبه β در فرمول OC و محاسبه چگالی جدید

۵- اعمال فیلتر ها

۶- محاسبه همگن سازی و چک کردن همگرایی . در صورتی که همگرایی صورت نپذیرد از مرحله ۴ مجدد محاسبات صورت میپذیرد.

۴-۷- پیاده سازی فرمول بندی

در این بخش، روند پیاده سازی الگوریتم بهینه سازی توپولوژی برای طراحی معکوس متامتریال مکانیکی با هدف کاربرد در جداسازی لرزه ای تشریح می شود. پیاده سازی در محیط MATLAB انجام شده و شامل مازول های اصلی برای مقداردهی اولیه، فیلترگذاری هندسی و تقارنی، تحلیل اجزای محدود سه بعدی با مرزهای تناوبی، همگن سازی بر مبنای انرژی، محاسبه تابع هدف و حساسیت ها و به روزرسانی چگالی های المان ها با استفاده از معیار بهینگی است. ساختار کد با هدف ایجاد یک چارچوب پایدار و کارا جهت حل مسئله طراحی معکوس در مقیاس میکروساختار تدوین شده است.

۴-۷-۱ مقداردهی پارامترها

در ابتدای کد، چند دسته پارامتر تعریف می شود که انتخاب مقادیر آن ها به دلایل علمی و عددی زیر انجام شده است

(الف) پارامترهای هندسی ریزساختار واحد

$0.1 \times 0.1 \times 0.1$ ابعاد طول، عرض و ارتفاع سلول واحد بر حسب متر. این ابعاد باید کوچک اما متناسب باشند تا تحلیل همگن سازی معنادار بماند در اصل ابعاد ۱۰ سانتی متری به اندازه کافی کوچک فرض شده است و این عدد برای محدودیت ساخت نیز در نظر گرفته شده است یعنی ریزساختار به اندازه ای باید باشد که توسط ساخت افزودنی قابلیت ساخت داشته باشد.

$20 \times 20 \times 20$ تعداد المان ها در هر بعد است. انتخاب ۲۰ باعث تعادل بین دقت مدل اجزای محدود و هزینه محاسباتی می شود.

۳، ۰: حجم هدف (Volume Fraction) مقدار ۳۰٪ انتخاب شده تا طرح نهایی نه بیش از حد متراکم باشد (که خواص پنتامود از بین برود) و نه بیش از حد خلأ داشته باشد (که ساخت پذیری کاهش یابد). در اکثر تحقیقات بر طراحی معکوس این مقدار ۳۰ درصد فرض می شود.

(ب) پارامترهای فیزیکی ماده پایه:

$E_0 = 1$: مدول یانگ ماده پایه، نرمال سازی شده به ۱ برای کاهش اثر مقیاس در تحلیل.

$E_{min} = 1e - 9$: مدول حداقلی برای نواحی خلأ، به منظور جلوگیری از ناپایداری ماتریس سختی.

$\nu = 0.3$: نسبت پواسون معمول برای آلیاژهای متداول در ماتریالها [۳۳].

تعریف تانسور الاستیسیته ماده پایه

به عنوان ماتریس سختی (Constitutive Matrix) ماده پایه با استفاده از روابط خطی الاستیسیته ایزوتروپیک سه بعدی ساخته می شود:

$$D_0 = \frac{E_0}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

این ماتریس 6×6 ، رفتار تنش-کرنش سه بعدی ماده پایه را تعریف می کند.

با توجه به ابعاد سلول واحد و تعداد المان ها، ابعاد هر المان به صورت:

$$\begin{aligned} d_x &= \frac{L_x}{N_{elx}} \\ d_y &= \frac{L_y}{N_{ely}} \\ d_z &= \frac{L_z}{N_{elz}} \end{aligned} \quad (4-14)$$

تعریف می شوند که در آن L_x و L_y و L_z ابعاد طول و عرض و ارتفاع ریزساختار و N_{elx} و N_{ely} و N_{elz} تعداد المان ها در هر راستا در ریزساختار هستند.

(ج) پارامترهای بهینه سازی:

$\text{penal} = 3$ ضریب جریمه SIMP برای سوق دادن چگالی ها به سمت مقادیر صفر یا یک (طرح دودویی).
انتخاب ۳ بر اساس پیشنهاد مراجع [۴] انتخاب می شود.

حداکثر تکرارها، $\text{maxloop} = 3000$ انتخاب شده تا امکان همگرایی کامل حتی برای ساختارهای پیچیده فراهم باشد. در اینجا معیار همگرایی رسیدن به تکرار ۳۰۰۰ یا تغییرات در یک لوپ کمتر از ۰,۰۰۱ گذاشته شده است این مقدار بسیار کم برای این است که روند بهینه سازی ادامه یابد و بدرفتاری تابع هدف مانع دستیابی به ساختار مناسب و توقف روند نشود.

(چ) پارامتر های فیلتر سه بعدی با تقارن

مراحل محاسبه:

۱. برای هر المان، همسایگان وجه به وجه با وزن β_c شناسایی می شوند (۶ جهت).
۲. المان های متناظر تقارنی در صفحات مختصات و معکوس کامل پیدا می شوند (۷ حالت).
۳. یک وزن دو برابر برای خود المان در نظر گرفته می شود تا اثر حساسیت خود المان بر همسایگی ها غالب باشد.
۴. نتیجه به صورت ماتریس Sparse ذخیره می شود تا هزینه حافظه کاهش یابد.

انتخاب مقادیر وزنی:

- $\beta_c = 3$ برای همسایگان مستقیم (اتصال مکانیکی قوی).
- $\beta_p = 3$ برای همسایگان تقارنی (حفظ شکل و خواص متقارن).
- وزن خود المان $2 \times \beta_c$

انتخاب مقدار برابر برای β_p و β_c به این معناست که:

- اتصال فیزیکی مستقیم و همبستگی ناشی از تقارن اهمیت یکسانی دارند.
- با این فیلتر ها ، طرح هم از نظر مکانیکی یکپارچه می ماند (اتصال قوی بین المان های مجاور)، و هم ویژگی های تقارنی حفظ می شوند (برای ساخت و همگن سازی دقیق).

عدد ۳ هم یک مقدار تجربی است که از تحلیل حساسیت به دست آمده است و مقادیر کمتر منتج به المان ها ایزوله یا از بین رفتن تقارن می شد در حالی که این مقدار باعث تعادل خوب بین پایداری عددی و حفظ ویژگی های هدف می شود. (طبق چند ران ناموفق)

۴-۷-۲ پیاده سازی همگن سازی مبتنی بر انرژی و اجزا محدود :

پس از تعیین تعیین پارامتر های اولیه و ابعاد و تعداد المان ها و منتسب شدن چگالی های فیلتر شده به هر المان در دامنه طراحی، ساختار میکرو باید همگن سازی انجام شود این فرایند به صورت زیر در این پژوهش مطابق مرجع [۵۲] پیاده سازی شده است.

تولید ماتریس سختی المان پایه هشت گره ای

تولید K_e ماتریس سختی المان مرجع با $\rho_e = 1$ بر اساس فرمول بندی ایزوپارامتریک و انتگرال گیری گاوسی $2 \times 2 \times 2$ است .

تولید این ماتریس سختی با گام های زیر انجام میگیرد :

مرحله ۱ - تعریف مختصات طبیعی و نقاط انتگرال گیری گاوسی

مختصات طبیعی المان: $\xi, \eta, \zeta \in [-1, 1]$

نقاط گاوسی دو نقطه ای: $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

تعداد کل نقاط انتگرال گیری $2 \times 2 \times 2 = 8$:

مرحله ۲ - محاسبه توابع شکل و مشتقات آنها

۱. در هر نقطه گاوسی، توابع شکل $N_i(\xi, \eta, \zeta)$ محاسبه می شوند.

۲. مشتقات آنها نسبت به مختصات طبیعی استخراج می گردد.

مرحله ۳ - تشکیل ماتریس ژاکوبین و تبدیل مختصات

با استفاده از مختصات فیزیکی گره ها، ماتریس ژاکوبین J مطابق (۴-۱۵) ساخته می شود.

$$\frac{\partial x_m}{\partial \xi_n} = J_{mn} \quad (4-15)$$

معکوس J محاسبه شده و مطابق (۴-۱۶) برای تبدیل مشتقات توابع شکل به مختصات فیزیکی استفاده می شود:

$$\frac{\partial N}{\partial x} = J^{-1} \cdot \frac{\partial N}{\partial \xi} \quad (4-16)$$

مرحله ۴ - تشکیل ماتریس B (کرنش-جابجایی)

۱. گرادیان‌های جابجایی در مؤلفه‌های کرنش جایگذاری می‌شود.

۲. ماتریس B که رابطه $B_e \cdot u = \varepsilon$ را برقرار می‌کند ساخته می‌شود.

مرحله ۵ - محاسبه سهم ماتریس سختی از هر نقطه گاوسی

در هر نقطه گاوسی:

$$K_e^{gp} = w_\xi w_\eta w_\zeta \cdot \det(J) \cdot (B^T D B) \quad (4-17)$$

(۴-۱۷) محاسبه میشود که $w_\xi w_\eta w_\zeta$ وزن‌های انتگرال گیری گاوسی (Gauss weights) در راستای‌های ξ, η, ζ هستند.

$$K_e = \sum_{gp=1}^8 K_e^{gp} \quad (4-18)$$

جمع این مقادیر روی تمام نقاط گاوسی، ماتریس سختی کل المان را مطابق (۳۰) می‌سازد

مرحله ۶ - خروجی نهایی

K_e یک ماتریس 24×24 متقارن و مثبت معین است.

شماره‌گذاری گره‌ها و ماتریس مونتاژ

۱- شماره‌گذاری تمام گره‌های شبکه سه‌بعدی.

۲- ساخت یک ماتریس که برای هر المان لیست درجات آزادی متناظر را ذخیره می‌کند.

۳- آماده‌سازی ساختار داده برای مونتاژ ماتریس سختی کلی K

اعمال شرایط مرزی تناوبی (PBC)

۱. شناسایی گره‌های متناظر در وجوه مقابل سلول واحد.
۲. اعمال قیود جابه‌جایی به گونه‌ای که اختلاف جابه‌جایی این گره‌ها برابر با کرنش ماکروسکوپیک اعمالی باشد.
۳. تقسیم گره‌ها به دسته‌های مرجع، داخلی و مرزی جفت‌شده.

اعمال شش حالت بارگذاری واحد

۱. تعریف ۶ کرنش مستقل (۳ کششی و ۳ برشی).
۲. محاسبه جابه‌جایی‌های مرزی متناظر با هر کرنش بر اساس مختصات گره‌ها.
۳. آماده‌سازی بردارهای جابه‌جایی مرزی برای حل دستگاه تعادل.

حل دستگاه تعادل اجزای محدود

$$\sum_{e=1}^{e=N_{elx} \times N_{ely} \times N_{elz}} K_e (E_{min} + \rho^p (E_0 - E_{min})) \quad (4-19)$$

مونتاز ماتریس سختی کلبه صورت (۴-۱۹) است.

حل دستگاه برای یافتن جابه‌جایی گره‌های داخلی و مرزی آزاد.

اعمال مجدد شرایط تناوبی برای تکمیل میدان جابه‌جایی کل.

محاسبه تانسور الاستیسیته همگن‌شده

برای هر جفت حالت بارگذاری، (i, j) محاسبه انرژی کرنشی المان مطابق (۴-۲۰) به دست می‌آید.

$$q_e^{(i,j)} = (U_e^{(i)})^T K_e U_e^{(j)} \quad (4-20)$$

محاسبه مؤلفه $D_{i,j}^H$ با جمع انرژی المان‌ها و تقسیم بر حجم سلول مطابق (۴-۲۱) به دست می‌آید.

$$D_{i,j}^H = \frac{1}{V_{cell}} \sum_{e=1}^{e=N_{elx} \times N_{ely} \times N_{elz}} q_e^{(i,j)} (E_{min} + \rho_e^p (E_0 - E_{min})) \quad (4-21)$$

محاسبه حساسیت‌ها

برای هر المان، مشتق D_{ij}^H نسبت به ρ_e مطابق (۴-۲۲) محاسبه می‌شود.

$$\frac{\partial D_{ij}^H}{\partial \rho_e} = \frac{1}{V_{cell}} \cdot p \cdot \rho_e^{p-1} \cdot (E_0 - E_{min}) q_e^{(i,j)} \quad (4-22)$$

این مشتقات در فرآیند بهینه‌سازی برای محاسبه حساسیت تابع هدف استفاده می‌شوند.

$$\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho_e} = \frac{\partial f}{\partial K} \times \frac{\partial K}{\partial D_{ij}^H(\rho)} \times \frac{\partial D_{ij}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial f}{\partial G} \times \frac{\partial G}{\partial D_{ij}^H(\rho)} \times \frac{\partial D_{ij}^H(\rho)}{\partial \rho_e} \quad (4-23)$$

با استفاده از مشتق زنجیره ای محاسبه حساسیت تابع هدف نسبت به چگالی هر المان مطابق (۴-۲۳) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho_e} = & \frac{-\alpha}{G} \times \left(\frac{\partial D_{11}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{22}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{33}^H(\rho)}{\partial \rho_e} \right. \\ & \left. + 2 \left(\frac{\partial D_{12}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{13}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{23}^H(\rho)}{\partial \rho_e} \right) \right) \\ & + \frac{K}{(G)^2} \left(\frac{\partial D_{44}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{55}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{66}^H(\rho)}{\partial \rho_e} \right) \end{aligned} \quad (4-24)$$

در (۴-۲۴) علت ضریب $\alpha = 2$ واضح تر است. زیرا این حساسیت تابع هدف به متغیر بهینه سازی دارای علامت اکیدا منفی نمیباشد. اما ضریب η در OC که برای پایداری و همگرایی ضروری است برابر ۰,۵ فرض می شود در نتیجه که $\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho_e}$ مقداری همواره منفی باشد. لذا معیار بهینگی OC روشی است که همواره بهینه سازی را در راستای کمینه سازی یک تابع هدف دنبال میکند. و متغیر بهینه سازی را در خلاف راستای گرادیان تغییر میدهد و از طرفی تمامی مقادیر $\frac{\partial D_{ij}^H(\rho)}{\partial \rho_e}$ همواره مثبت است زیرا با افزایش چگالی در هر المان لزوماً مقادیر ارایه های تانسور الاستیسیته افزایش می یابد و برعکس با کاهش چگالی در هر المان لزوماً مقادیر ارایه های تانسور الاستیسیته همگن شده لزوماً کاهش می یابد. بنابراین تابع هدف و حساسیت آن باید با توجه به این ویژگی ها تمامی اهداف را ارضا کند یعنی همزمان نسبت مدول برشی به مدول حجمی را کاهش دهد و تابعی باشد که در راستای کمینه شدن این هدف ارضا شود و هم مقدار $\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho_e}$ منفی شود. بر اساس منطق بهینه سازی امکان این وجود ندارد که یک

تابع هدف در راستای کمینه سازی G را بتوان با این روش حل کرد زیرا مقدار زیر رادیکال در OC منفی میشود اما در این پژوهش با تعریف یک ضریب $\alpha = 2$ در حساسیت این مشکل را بر طرف کرده شد. این ضریب به منظور افزایش مقدار عددی ترمی که منجر به منفی شدن $\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho_e}$ میشود اعمال میشود تا $\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho_e}$ که یک عبارت ای است که "همواره منفی" نیست را بتوانیم به عبارتی که در طول محاسبات منفی باقی بماند بکنیم :

$$\frac{-\alpha}{G} \times \frac{1}{9} \left(\frac{\partial D_{11}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{22}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{33}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + 2 \left(\frac{\partial D_{12}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{13}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{23}^H(\rho)}{\partial \rho_e} \right) \right) \quad (4-25)$$

$$\frac{K}{(G)^2} \times \frac{1}{3} \left(\frac{\partial D_{44}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{55}^H(\rho)}{\partial \rho_e} + \frac{\partial D_{66}^H(\rho)}{\partial \rho_e} \right) \quad (4-26)$$

در اصل یعنی اهمیت ترم $(4-25)$ در مقابل ترم $(4-26)$ را به صورت اجباری افزایش داده شده است تا $\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho_e}$ در کل ران منفی باقی بماند.

این اصلاح حساسیت تلویحا به این معناست که اثر $\frac{\partial D_{ij}^H(\rho)}{\partial \rho_e} \times \frac{\partial K}{\partial D_{ij}^H(\rho)} \times \frac{\partial f}{\partial K}$ را در $\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho_e}$ بیشتر شده است تا از منفی شدن عبارت زیر رادیکال جلوگیری کند و بهینه سازی را جلو ببرد.

این دسته ضرایب معمولا برای توابعی پیچیده متداول است مثلا در ماتریال ها با ضریب پواسون منفی اصلاحات در توابع هدف دیده میشود تا ضمن در نظر گرفتن محدودیت ها الگوریتم های بهینه سازی به هدف مورد نظر نزدیک شد. [۴۹]

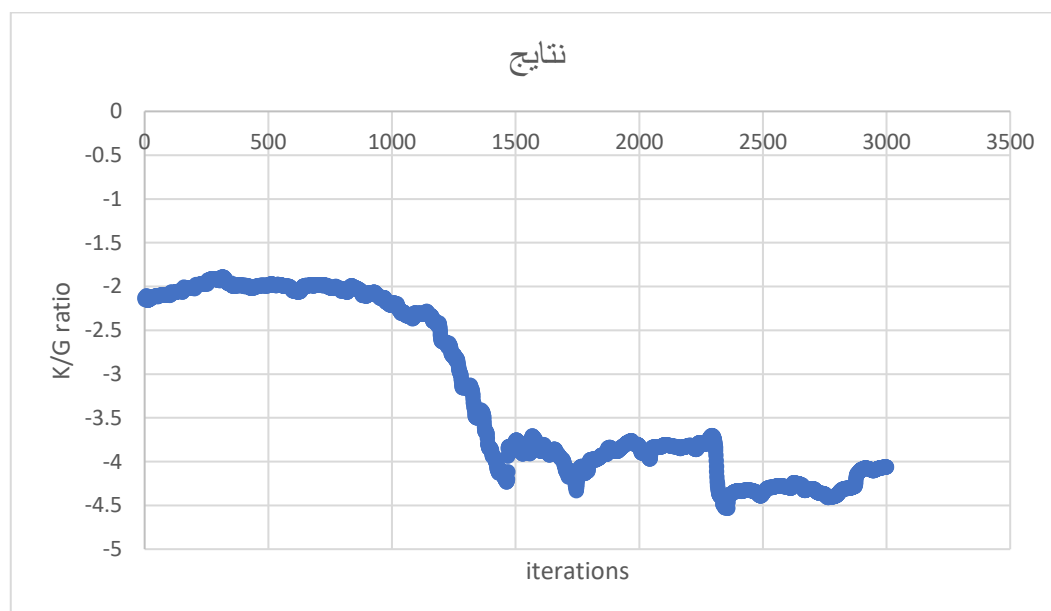
در این پژوهش چند مورد از اصلاحات به گونه های دیگری مورد امتحان انجام گرفته است که نتایج قابل ارائه ای ندارد و از مطلوبیت برخوردار نیست در زیر دو مورد از این اصلاحات را مشاهده می شود:

$$f(D_{ijkl}^H) = K - \alpha G$$

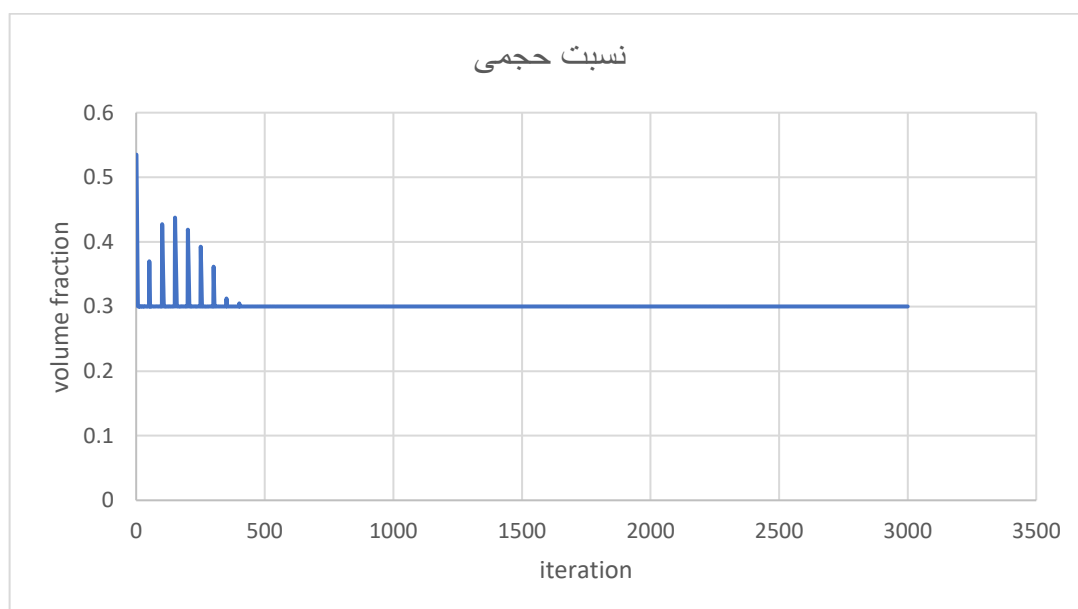
$$f(D_{ijkl}^H) = \log(K) - \log(G) \quad (4-27)$$

۴-۸- نتایج

نتایج به دست آمده با پارامترها و تابع هدف و اصلاحات ذکر شده به این صورت است :



شکل ۴-۳: تغییرات تابع هدف در طول محاسبات بهینه سازی



شکل ۴-۴: تغییرات نسبت حجمی در طول محاسبات بهینه سازی

همانطور که در شکل ۳-۴ مشاهده میشود نسبت K/G به شکل قابل توجهی بهینه شده است

این مقدار برای متریال (solid) که در (۴-۱۳) ماتریس سختی آن آمده است با $\frac{K_{base\ material}}{G_{base\ material}} = 2.166$ است اما در بهینه سازی این مقدار به $\frac{K_{metamaterial}}{G_{metamaterial}} = 4.061$ رسیده است و در شکل ۴-۴ قابل مشاهده است که فرایند بهینه سازی به نسبت حجمی پایبند بوده و در فرمول بندی OC در هر مرحله از به روز رسانی این مقدار ملزم به رعایت شدن است. نوساناتی که در نسبت حجمی قابل مشاهده است برای اعمال فیلتر هوی ساید است که باعث افزایش ناگهانی نسبت حجمی میشود و سپس اصلاح میگردد.

نوساناتی که در شکل ۳-۴ در روند تغییرات تابع هدف دیده می شود به علت صریح نبودن و نوساناتی بودن تابع هدف نسبت به چگالی المان ها است این بدین معناست که میتوان اظهار کرد مقدار بهینگی تابع هدف تا حدودی به روند تغییرات و ترکیبات المان ها و مسیر بهینه سازی بستگی دارد که این اتفاق برای یک تابع هدف که تحلیل حساسیت پیچیده و بدرفتار دارد قابل پیش بینی است.

$$D^H = \begin{pmatrix} 0.088 & 0.010 & 0.018 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.010 & 0.139 & 0.024 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.018 & 0.024 & 0.133 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.012 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.009 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.016 \end{pmatrix} \quad (4-27)$$

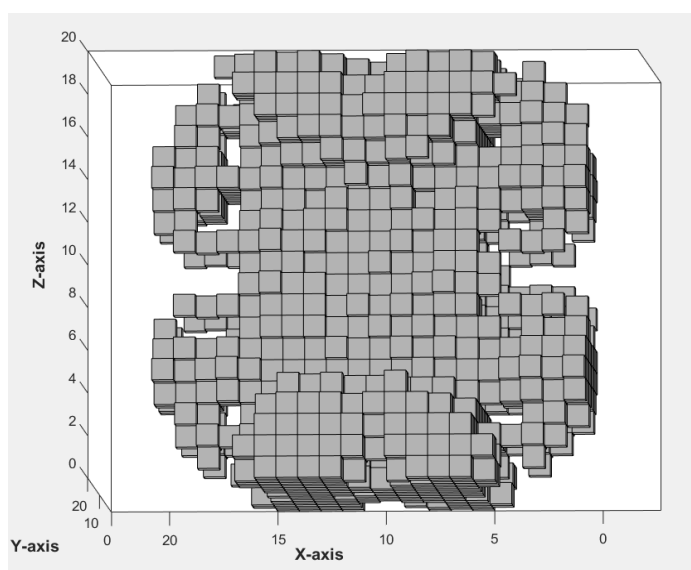
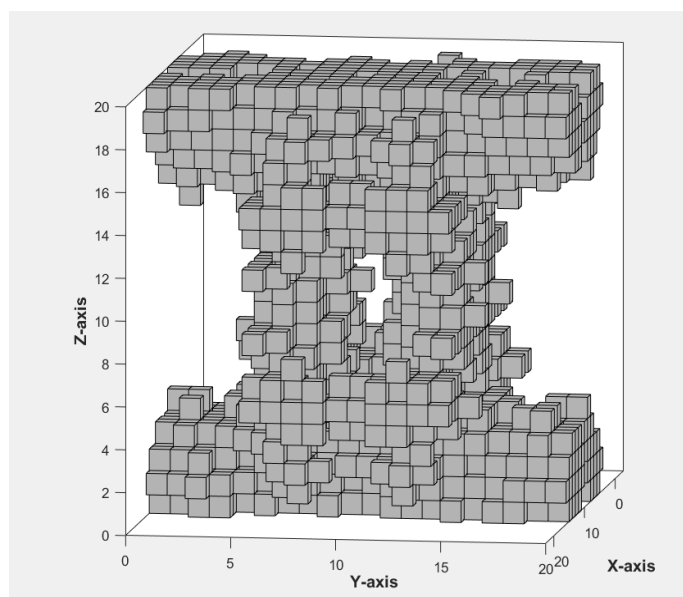
۴-۲۷ ماتریس الاستیسیته همگن شده متناظر با ریز ساختار بهینه شده است.

همانطور که در (۴-۲۷) مشاهده میشود رفتار تقریباً ایزوتروپیک و همسانی در راستای های مختلف در این ماتریس همگن شده قابل مشاهده است و از طرفی ارضای هدف بهینه سازی در درایه های تنسور الاستیسیته همگن شده قابل مشاهده است، زیرا درایه های قطری $D_{(1,1)}^H$ و $D_{(2,2)}^H$ و $D_{(3,3)}^H$ به میزان قابل توجهی از درایه های $D_{(4,4)}^H$ و $D_{(5,5)}^H$ و $D_{(6,6)}^H$ بزرگتر بوده و این نشان از به هدف رسیدن بهینه سازی دارد.

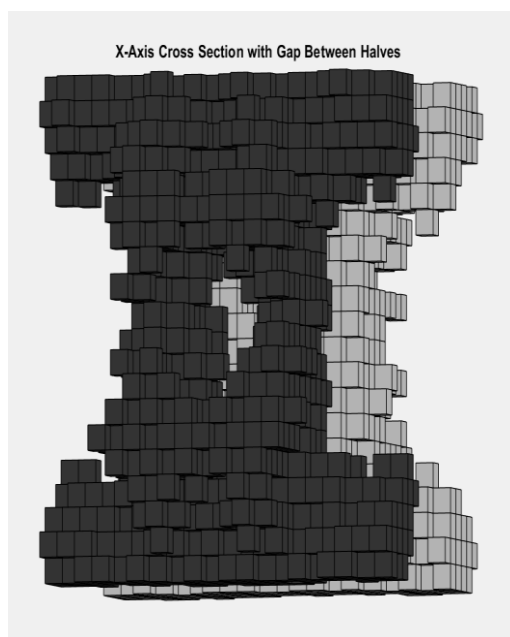
اگر به جای متریال فرضی که در بهینه سازی در نظر گرفته شده است متریال فولاد متداول ($E_{steel} = 210 \times 10^9 Pa$ و $\nu = 0.3$) را در نظر داشته باشیم در نهایت ماتریس الاستیسیته همگن شده به شکل (۴-۲۸) در می آید.

$$D^H = 10^9 \times \begin{pmatrix} 19.56 & 2.297 & 4.125 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 2.297 & 30.07 & 5.262 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 4.125 & 5.262 & 28.571 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 2.919 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 2.248 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 3.594 \end{pmatrix} \quad (4-28)$$

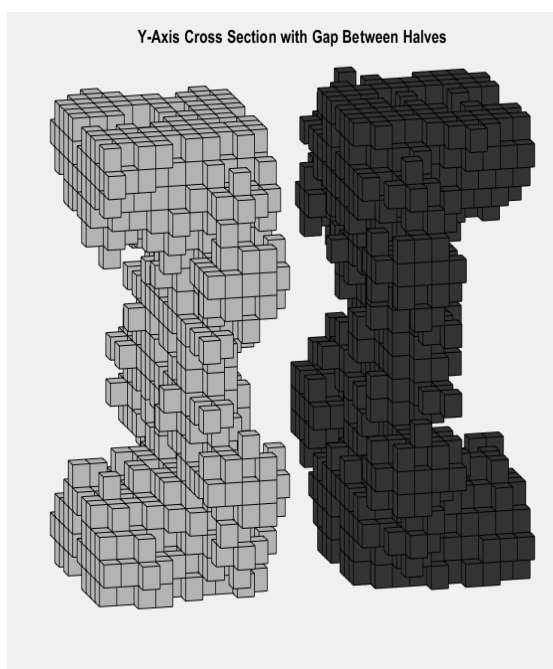
اگر این تانسور الاستیسیته همگن شده را در هر یک هر نقاط گوس در ساختار کلی جداساز لرزه ای نسبت دهیم میتوانیم رفتار کلی این متامتریال بکاررفته در یک عضو سازه ای را در برابر زلزله بررسی کنیم. شکل نهایی ریز ساختار حاصل از بهینه سازی به صورت شکل ۴-۵ است.



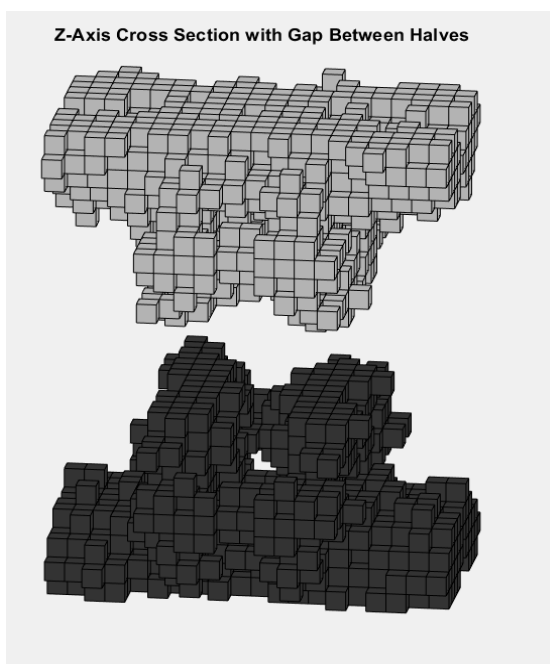
شکل ۴-۵ توپولوژی بهینه شده ۳ بعدی از زوایای مختلف



شکل ۴-۶ یک مقطع از توپولوژی بهینه شده ۳ بعدی از زوایای مختلف



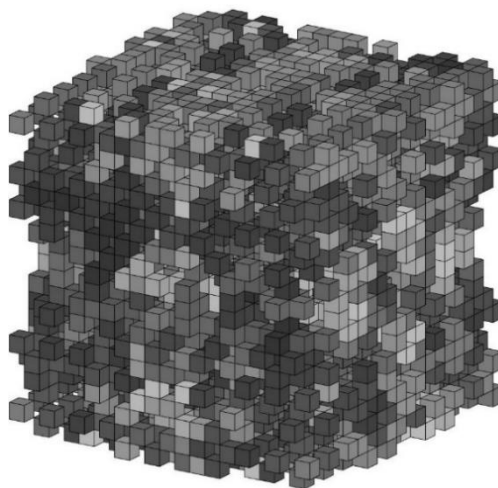
شکل ۴-۷ یک مقطع از توپولوژی بهینه شده ۳ بعدی از زوایای مختلف



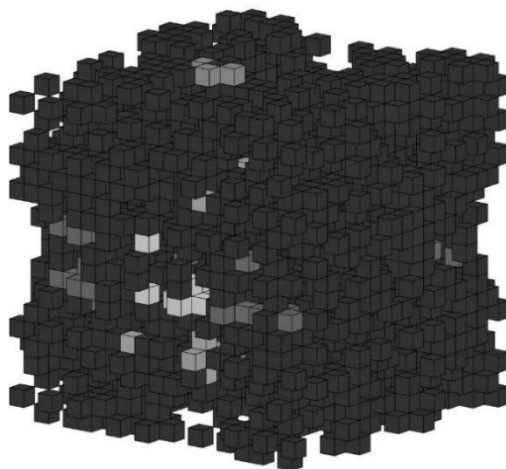
شکل ۴-۸ یک مقطع از توپولوژی بهینه شده ۳ بعدی از زوایای مختلف

همانطور که در شکل های ۴-۶ و ۴-۷ و ۴-۸ دیده میشود تقارن و پیوستگی در این طرح کاملاً قابل مشاهده است.

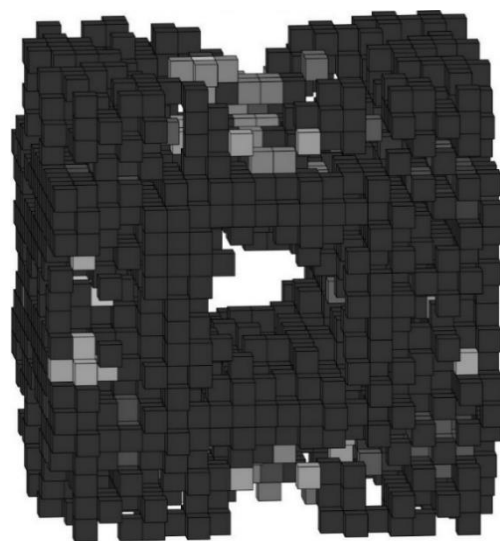
اما روند تغییرات توپولوژی در طول محاسبات در فرایندهای به روزرسانی در شکل های ۴-۹ تا ۴-۱۴ ارائه شده است:



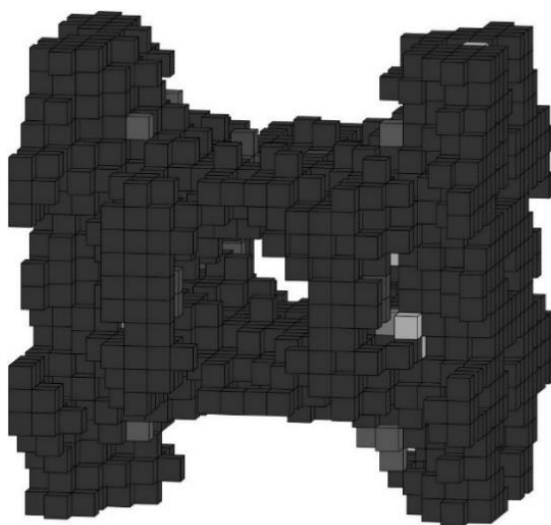
شکل ۴-۹ تکرار ۳۰۰ ام در روند بهینه سازی



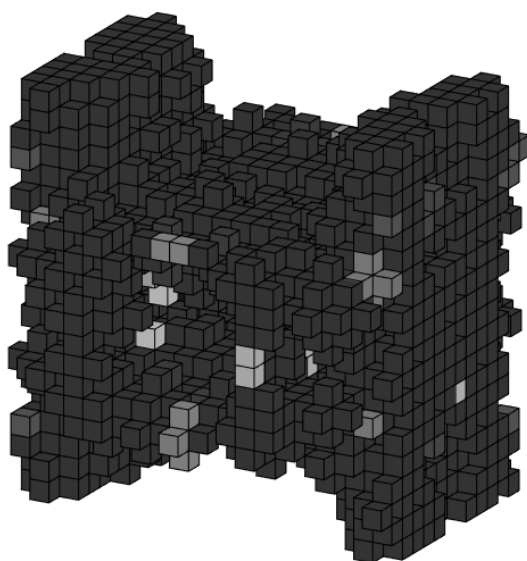
شکل ۴-۱۰ تکرار ۷۰۰ ام در روند بهینه سازی



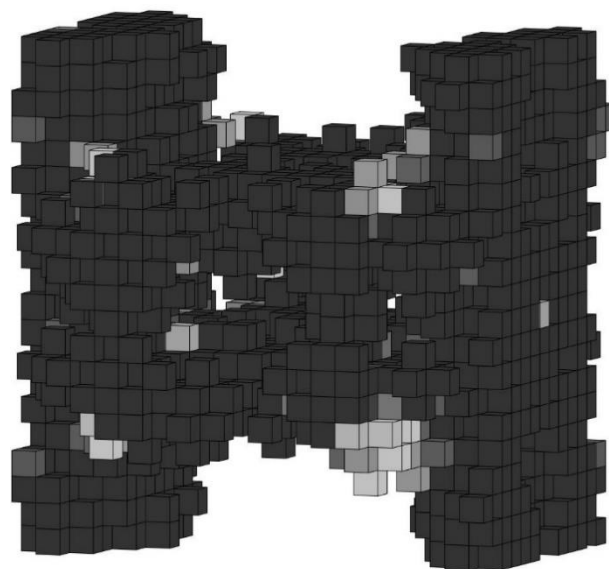
شکل ۴-۱۱ تکرار ۱۰۰۰ ام در روند بهینه سازی



شکل ۴-۱۲ تکرار ۱۴۰۰ ام در روند بهینه سازی



شکل ۴-۱۳ تکرار ۱۸۰۰ ام در روند بهینه سازی



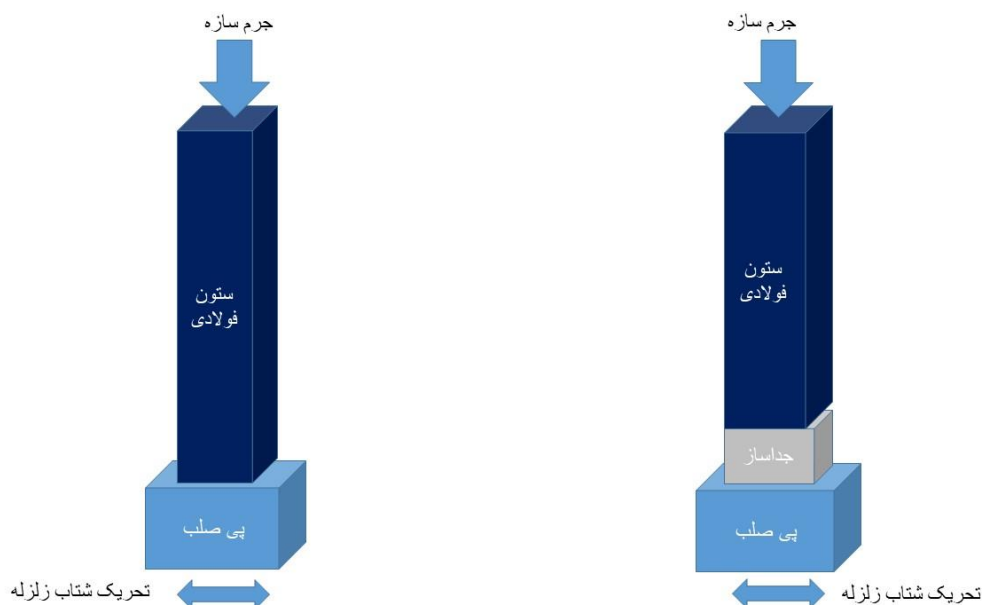
شکل ۴-۱۴ تکرار ۲۵۰۰ ام در روند بهینه سازی

همانطور که در اشکال ۴-۹ تا ۴-۱۴ قابل مشاهده است توپولوژی به صورت تکاملی شکل گرفته است و آثار همگرایی تقریباً از به روز رسانی ۱۸۰۰ به بعد قابل مشاهده است به گونه ای که تغییرات توپولوژی بسیار اندک است. از طرفی در طول محاسبات به علت فیلتریگ هوی ساید چگالی المان ها در اشکال به مرور زمان از حالت میانی و بی معنا به سمت ۰ یا ۱ شدن میروند تا نتیجه محاسبات یک شکل قابل توسعه و قابل اجرا باشد. پایداری بهینه سازی نیز در اشکال کاملاً قابل مشهور است که به صورت تکاملی یک شکل منطقی ای را تولید می کند تغییرات بسیار کم شکل از به روز رسانی ۱۸۰۰ به بعد نشانگر این است که به همگرایی معقولی رسیده است و نیازی به ادامه محاسبات بیشتر از ۳۰۰۰ به روز رسانی نیست.

۴-۹- ارزیابی عددی عملکرد عضو سازه ای جداساز متامتریالی

در این بخش عملکرد جداساز متامتریالی پیشنهادی در مقیاس یک عضوی سازه (ستون پل) ارزیابی می شود. راهبرد این بخش مقایسه ی پاسخ دینامیکی ستون در دو سناریوی «با جداساز متامتریال» و «بدون جداساز (مرجع فولادی)» تحت اثر همزمان بار ثقلی و تحریک لرزه ای است. معیارهای مقایسه شامل تغییر مکان و دریافت در رأس عضو، برش پایه، برش در چشمه ی اتصال ستون-جداساز، و شتاب رأس می باشند.

همانطور که در شکل ۱۵-۴ ارائه شده است مدل عددی شامل بخشی از یک ستون پل با مقطع باکس 1.5×1.5 متر و ۱۰ متر ارتفاع یک ستون از یک سازه ی پل است. جداساز متامتریالی در پایین ستون تعبیه شده و ۳ متر از پایه ستون را تشکیل می دهد. ناحیه ی بالایی ستون فولاد همسانگرد مدل شده است. شبکه ی اجزای محدود از المان های مکعبی خطی^۱ با تفکیک منظم در سه راستا استفاده می کند (تقسیم بندی پایه $20 \times 20 \times 20$).



شکل ۱۵-۴ نمایش شماتیک سناریو های ارزیابی عملکرد

برای بازنمایی یک باکس فولادی واقع گرایانه، ستون معادلی به صورت مکعب توپر با چگالی معادل ρ_{col} 872 kg/m^3 مدل شد تا جرم واحد طول با مقطع باکسی واقعی برابر شود

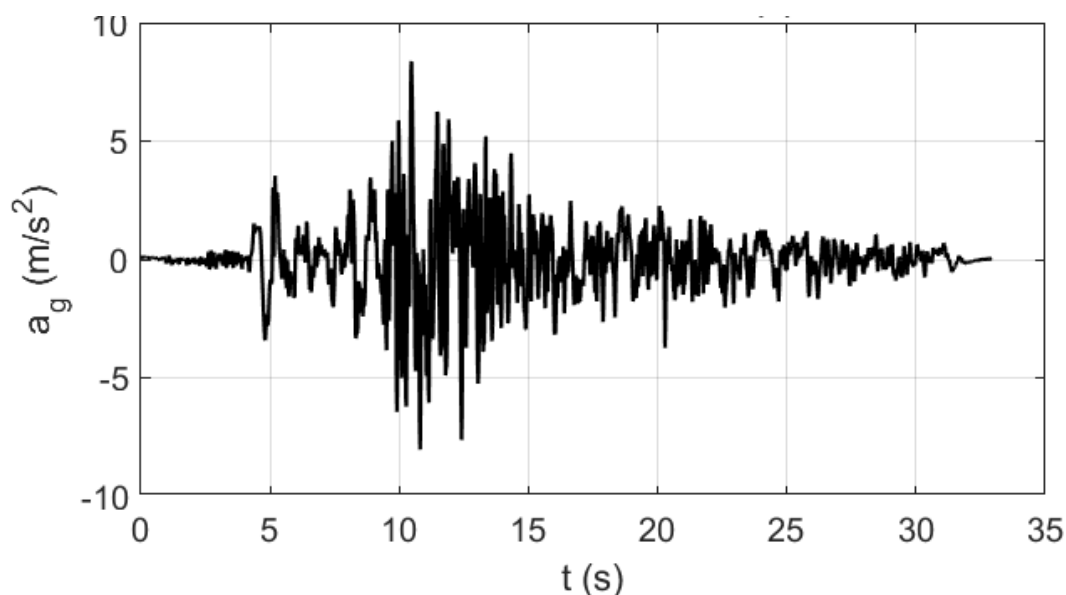
رفتار ستون با تانسور الاستیسیته ی فولاد ($E = 210 \text{ GPa}$, $\nu = 0.30$, $\rho_{steel} = 7850 \text{ Kg/m}^3$) و رفتار جداساز با استفاده از تانسور الاستیسیته همگن شده ی سه بعدی مدل می شود. چگالی مصالح برای محاسبه ی جرم المانی لحاظ شده (در فولاد چگالی معادل شده و در متامتریال برابر با $0.3 \times \rho_{steel}$ تا اثر کسر حجمی که در فرایند بهینه سازی استفاده شده است اعمال شود).

¹ Hex8

اثر جرم معادل روسازه نیز به صورت جرم متمرکز روی گره های رأس اعمال می گردد مقدار این جرم به طور تقریبی متناسب با باربری یک ستون در پل $M_{top} = 1.5 \times 10^6 \text{kg}$ انتخاب شده است.

سناریو های بارگذاری به شرح زیر است:

۱. تحریک لرزه ای: رکورد شتاب زمین در زلزله طبس برای نمونه همانطور که در ۴-۱۶ آمده است در راستای طولی ستون (x) به صورت تاریخچه ی زمانی اعمال می گردد. بازه ی تحلیل و گام زمانی به گونه ای انتخاب می شوند که فرکانس های غالب تحریک و مودهای پایین سازه با دقت مناسب ثبت شوند. تحریک لرزه ای به صورت شتاب پایه در راستای طولی ستون (x) اعمال شد. (به علت قرینگی در ستون و رفتار ایزوتروپیک در هر دو سناریو رفتار در راستای طولی و عرضی تفاوت ندارد).



شکل ۴-۱۶ شتاب تحریک زلزله طبس که به سازه در این ارزیابی تحمیل شده

۲. وزن خود عضو و جرم روسازه مطابق ۴-۱۵ ابتدا به صورت شبه استاتیکی اعمال و تعادل اولیه برقرار می شود
۳. دو سناریو مختلف در نظر گرفته شده است:
 - سناریوی A با جداساز: همانطور که در شکل ۴-۱۵ دیده می شود ناحیه ی جداساز با از تانسور الاستیسیته همگن شده ی سه بعدی و ناحیه ی ستون با فولاد مدل می شود و پی صلب فرض شده و اتصال گیردار در المان های پایینی ستون مفروض است.

○ سناریوی B مرجع بدون جداساز: کل عضو (ناحیه ی جداساز و ستون) فولادی فرض می گردد. و پی صلب فرض شده و اتصال گیردار در المان های پایینی ستون مفروض است.

پاسخ گذرای سازه با روش تاریخچه ی زمانی خطی و روش نیومارک-بتا ($\gamma = 0.5, \beta = 0.25$) محاسبه می شود. برای بازنمایی میرایی سازه ای، میرایی رایلی $C = \alpha M + \beta K$ با کالیبراسیون $\zeta = 5\%$ بر اساس دو مودی نخست هر سناریو تعیین می گردد (استخراج ω_1, ω_2 از حل ویژه ی تعمیم یافته). ماتریس های سختی و جرم به صورت ناهمگن لایه ای مونتاژ می شوند تا تغییر ماده در مرز جداساز-ستون به درستی لحاظ شود. برای پایداری و کارایی، ماتریس سختی مؤثر در هر گام زمانی تشکیل و تجزیه ی LU روی درجات آزادی آزاد انجام می شود.

شاخص ها و استخراج نتایج.

- برش چشمه ی اتصال (interface shear): برش در سطح تماس ستون-جداساز با روش جمع نیروهای داخلی المانی در درجات آزادی صورت تماس (رویکرد نیروهای داخلی) محاسبه می شود.
- شتاب رأس: میانگین شتاب های گره های رأس در راستای طولی x برای ارزیابی انتقال ارتعاش به روسازه.
- نمودار برش پایه در برابر قدر مطلق جابجایی رأس: شکلی دوگوشه و دوشاخه دارد که منعکس کننده ی رابطه ی فاز بین نیرو و تغییر مکان در تحلیل خطی و تحریک چندبسامی است.

برای هر شاخص، مقادیر بیشینه در دو سناریو استخراج و درصد کاهش پاسخ در حضور جداساز نسبت به حالت مرجع محاسبه می شود (برای نمونه: کاهش جابجایی رأس، کاهش برش پایه، کاهش برش چشمه ی اتصال و کاهش شتاب رأس). همچنین تغییر پریودهای مودهای اول بین دو سناریو گزارش می شود تا افزایش انعطاف پذیری مؤثر ناشی از جداساز کمی سازی شود.

تحلیل حاضر خطی-الاستیک بوده و اندرکنش های غیرخطی تماس و کمانش موضعی در نظر گرفته نشده اند. انتخاب اندازه ی مش و گام زمانی بر اساس آزمون اولیه ی همگرایی صورت پذیرفته است.

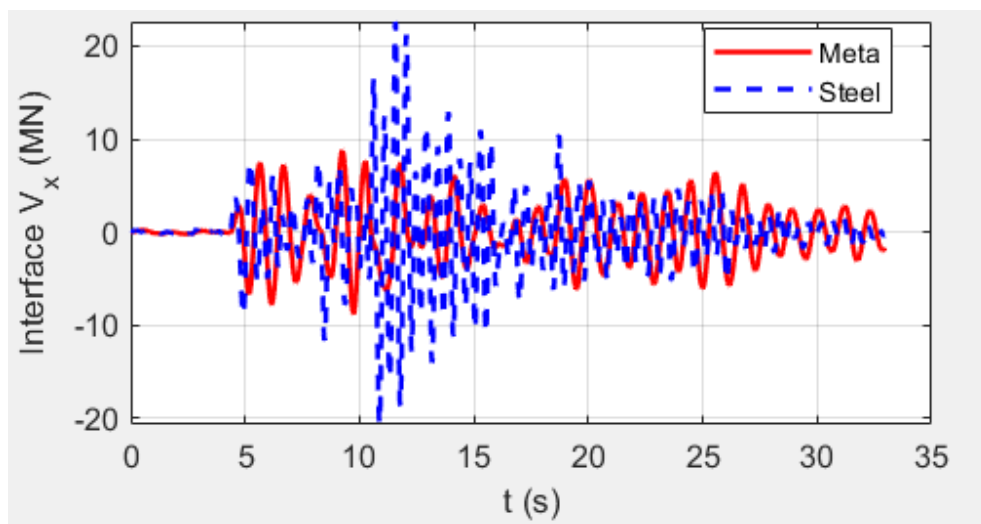
۴-۱۰- نتایج و بحث ارزیابی عددی

جدول ۴،۱ برخی پاسخ های دو سیستم با و بدون جداسازی با متامتریال را مقایسه می کند.

شاخص	ستون فولادی	با جداساز متامتریالی	تغییرات
پریود اصلی (s) T1	1.11	0.46	+241%
بیشینه برش چشمه اتصال (MN)	22.7	8.8	-61.3%
بیشینه شتاب رأس (m/s ²)	17.919	11.006	-38.6%

برش در چشمه ای اتصال ستون-جداساز:

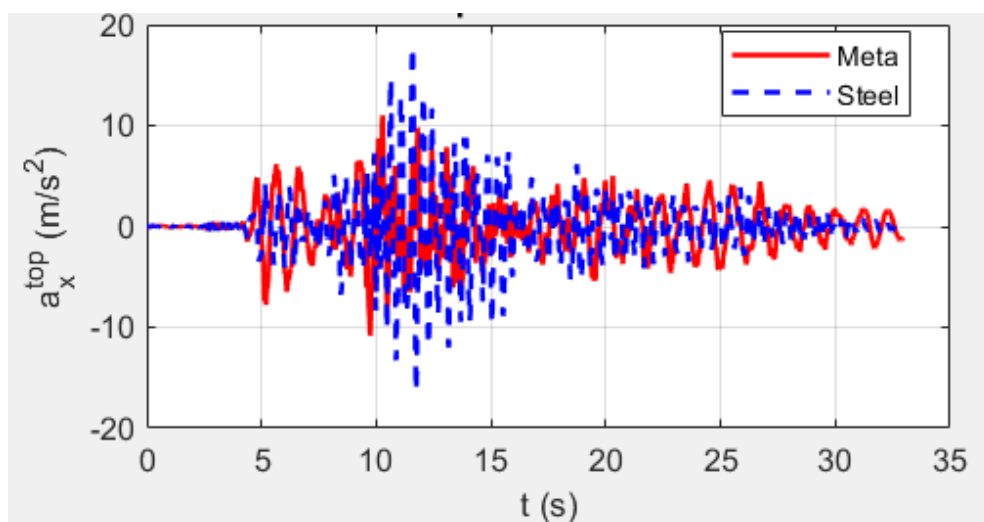
مطابق شکل ۴-۱۷ این شاخص مستقیماً انتقال نیرو از ستون به جداساز را می سنجد. کاهش ~۶۲٪ به معنای محافظت از ناحیه ای اتصال و کاهش خطر تمرکز تنش در پنل زون فوق جداساز است.



شکل ۴-۱۷ نمودار برش در تراز محل اتصال جداساز به ستون

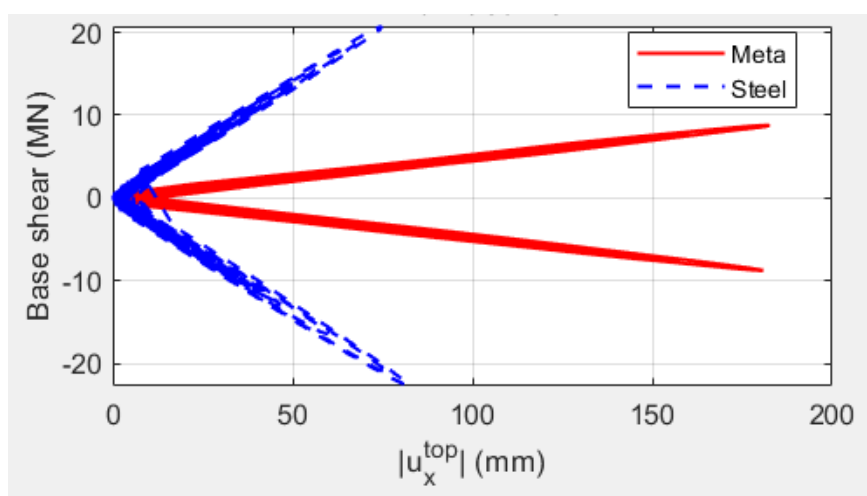
شتاب رأس:

مطابق شکل ۴-۱۹ کاهش شتاب رأس بیانگر کاهش انتقال ارتعاش به روسازه است (راحتی سرویس دهی و کاهش آسیب شتاب محور تجهیزات). هرچند کاهش شتاب از کاهش برش کمتر است (حدود ۴۰٪ در برابر ۶۲٪)، اما همچنان قابل قبول است.



شکل ۴-۱۹ نمودار شتاب در بالاترین المان بر حسب زمان

برش پایه در برابر قدر مطلق جابجایی رأس: در شکل ۴-۲۰ شاخه های قرمز (متامتریال) کشیده تر در راستای جابجایی و کوتاه تر در راستای برش اند که نشانگر جابجایی بیشتر با نیروی کمتر است دقیقاً همان کارکرد مطلوب جداساز است.



شکل ۴-۲۰ نمودار برش - دریافت

همانطور که در جدول ۴,۱ و اشکال ۴-۱۷ تا ۴-۲۰ ارائه شده است حضور جداساز متامتریالی باعث افزایش تغییرمکان رأس گردید، اما در مقابل کاهش بسیار قابل ملاحظه‌ای در برش پایه و برش چشمه‌ی اتصال و همچنین کاهش قابل توجه شتاب رأس حاصل شد. بنابراین، متامتریال پیشنهادی توانسته است عملکرد مورد انتظار از یک جداساز لرزه‌ای، یعنی افزایش پیوند مؤثر، کاهش انتقال نیرو به ستون‌ها و کاهش شتاب منتقل شده به روسازه را فراهم کند. هدف اصلی جداساز در این پروژه (کاهش نیرویی و شتابی) به‌طور معنی‌دار حاصل شده است. افزایش جابجایی قابل انتظار است و باید در ظرفیت حرکت جانبی جداساز و جزئیات سازه‌ای (کلاف‌ها، ضربه‌گیرها و فاصله‌ها) دیده شود. از طرفی قابل قبول بودن افزایش تغییرمکان رأس به معنای پایداری و کارایی مهندسی این جداساز لرزه ای نوین می‌باشد

فصل ۵: بحث و نتیجه‌گیری

۵-۱- مقدمه

در این فصل تلاش می‌شود نتایج حاصل از پژوهش حاضر به صورت یکپارچه تحلیل و تفسیر شود و جایگاه علمی و کاربردی آن روشن گردد. همان‌گونه که در فصول پیشین بیان شد، هدف اصلی تحقیق طراحی یک چارچوب عددی برای تولید متامتریال‌های مکانیکی با کاربری ویژه در جداسازهای لرزه‌ای بود. این هدف با تمرکز بر بهینه‌سازی توپولوژی معکوس و بهره‌گیری از روش‌های همگن‌سازی مبتنی بر انرژی دنبال گردید تا بتوان ریزساختارهایی با نسبت مدول حجمی به مدول برشی بالا ایجاد نمود؛ نسبتی که مطابق نظریه مواد پنتامود نقش تعیین‌کننده‌ای در کاهش انتقال ارتعاشات از بستر به سازه دارد.

مسئله اصلی در این پژوهش آن بود که طراحی متامتریال‌ها با چنین خواصی، هم از منظر عددی و هم از نظر ساخت‌پذیری، با چالش‌های جدی مواجه است. از یک‌سو، توابع هدف تعریف‌شده برای این نوع مسائل غالباً بدرفتار هستند و حساسیت آن‌ها نسبت به متغیرهای طراحی صریح و خوش‌رفتار نیست. از سوی دیگر، ساختارهای بهینه‌شده باید ویژگی‌هایی همچون تقارن، پیوستگی، و دوگانگی در توزیع ماده داشته باشند تا بتوانند در عمل ساخته شوند. بر همین اساس، نوآوری اصلی این تحقیق در تعریف و ترکیب مجموعه‌ای از فیلترهای پیشرفته (تقارنی، پیوستگی و هوی‌ساید) در کنار الگوریتم معیار بهینگی (OC) و چارچوب همگن‌سازی انرژی‌محور نهفته است.

اهمیت این تحقیق را می توان در دو بعد مورد توجه قرار داد: نخست بعد علمی و نظری، که در آن یک چارچوب کامل و اصلاح شده برای حل مسائل بهینه سازی توپولوژی معکوس در متامتریال ها ارائه شده است؛ و دوم بعد کاربردی، که نتایج به دست آمده می توانند به طور مستقیم در طراحی جداسازهای لرزه ای مورد استفاده قرار گیرند و گامی در جهت افزایش ایمنی لرزه ای سازه ها به شمار روند.

ارزیابی در این تحقیق نشان داد که متامتریال پیشنهادی علاوه بر برخورداری از ویژگی های مکانیکی خاص در مقیاس ریزساختار، در مقیاس کلان نیز قادر است رفتار سازه را به طرز معناداری تغییر دهد. بنابراین، نتایج این تحقیق پیوندی میان طراحی مواد در سطح میکروسکوپی و کارایی مهندسی در سطح ماکروسکوپی برقرار کرده و چشم اندازی نوین برای توسعه ی سیستم های نوین کنترل لرزه ای فراهم می آورد.

از این رو، فصل حاضر ضمن مرور فرآیند تحقیق و نتایج عددی، در پی آن است که تصویری کلی از دستاوردهای اصلی پژوهش، میزان تحقق اهداف، و مسیرهای آتی برای توسعه موضوع ارائه دهد.

۵-۲- مهم ترین نتایج و دستاوردهای تحقیق

یافته های به دست آمده از این تحقیق را می توان در چند محور اصلی خلاصه کرد که هر یک بیانگر دستاوردی مشخص در حوزه بهینه سازی توپولوژی معکوس و طراحی متامتریال های مکانیکی است. این نتایج نه تنها صحت چارچوب عددی توسعه یافته را نشان می دهند، بلکه ارزش علمی و کاربردی آن را نیز برجسته می سازند.

۵,۲,۱ بهبود قابل توجه نسبت K/G

یکی از مهم ترین نتایج پژوهش حاضر، ارتقای نسبت مدول حجمی به مدول برشی (K/G) در ریزساختار طراحی شده بود. در حالی که برای ماده پایه این نسبت حدود ۲,۱۶۶ محاسبه شد، با اجرای الگوریتم بهینه سازی و اعمال اصلاحات پیشنهادی در تابع هدف و حساسیت، مقدار این نسبت به ۴,۰۶۱ افزایش یافت. این رشد چشمگیر به وضوح نشان می دهد که چارچوب طراحی وارونه توسعه یافته قادر است خواص مکانیکی متامتریال ها را به سمت هدف مطلوب هدایت کند. چنین بهبودی در نسبت K/G در عمل به معنای افزایش کارایی متامتریال در ایفای نقش جداساز لرزه ای است؛ زیرا سازه می تواند فشارهای محوری را به خوبی تحمل کرده و همزمان در برابر نیروهای برشی انعطاف پذیر باشد.

۵,۲,۲ ایجاد ساختار پایدار و ایزوتروپیک

نتایج حاصل از همگن سازی نشان دادند که ریزساختار نهایی علاوه بر بهبود خواص مکانیکی هدفمند، از نظر هندسی و رفتاری نیز دارای تقارن قابل توجهی است. بررسی تنسور الاستیسیته همگن شده نشان داد که درایه های قطری متناظر با تنش های محوری به طور معناداری بزرگ تر از درایه های متناظر با تنش های برشی هستند. این امر نشان دهنده دستیابی به هدف اصلی تحقیق یعنی طراحی ماتریالی با رفتار شبه پتامود است. همچنین استفاده از فیلتر تقارنی موجب شد که ریزساختار نهایی در راستاهای مختلف پاسخ های مشابهی از خود بروز دهد و رفتار آن به ایزوتروپی نزدیک شود. این ویژگی برای طراحی جداسازهای لرزه ای اهمیت اساسی دارد، زیرا بارگذاری های زلزله در جهات مختلف به سازه وارد می شوند و وجود پاسخ مشابه در چند جهت به معنای عملکرد پایدار و مطمئن جداساز خواهد بود.

۵,۲,۳ تضمین ساخت پذیری با فیلترهای چندگانه و کم کردن اثر وابستگی به مقداردهی اولیه

یکی دیگر از نتایج کلیدی تحقیق آن بود که ترکیب سه نوع فیلتر (تقارنی، پیوستگی و هوی ساید) موجب شد ریزساختارهای نهایی نه تنها از نظر عددی پایدار باشند، بلکه قابلیت ساخت نیز پیدا کنند.

- فیلتر پیوستگی از ایجاد المان های منزوی یا مسیرهای ناپیوسته جلوگیری کرد و امکان انتقال مؤثر بار در ساختار را فراهم ساخت.
- فیلتر هوی ساید باعث شد چگالی عناصر طراحی به تدریج به سمت مقادیر صفر و یک همگرا شود و در نهایت ساختاری دوگانی و قابل تولید حاصل گردد.
- فیلتر تقارنی نیز ضمن تضمین رفتار مشابه در راستاهای مختلف، شکل هندسی منظم تری به طرح نهایی بخشید.

ترکیب این سه فیلتر باعث شد خروجی الگوریتم از نظر هندسی و مکانیکی به گونه ای باشد که بتوان آن را در عمل و با فناوری های ساخت متداول مانند پرینت سه بعدی تولید کرد.

یکپارچه سازی توامان تقارن و اتصال و هویساید تداومی در لایه ی فرمولاسیون (نه صرفاً پسپردازش) سبب می شود خواص مؤثر به دست آمده از همگن سازی با هندسه ی ساختنی و پیوسته منطبق باشند. این دقیقاً همان چیزی است که برای دستیابی به نسبت های هدف گذاری شده ی سختی مؤثر (مانند K/G) همراه با پایداری و ساخت پذیری نیاز داریم. از طرفی کمتر کردن وابستگی به مقداردهی اولیه در اعمال فیلترها یکی از مشکلات بررسی نشده در فرایندهای طراحی معکوس را به شکل چشمگیری کم اثر کرده است.

۵,۲,۴ اصلاح حساسیت و حل چالش های بدرفتاری

یکی از چالش های اصلی در این تحقیق، بدرفتاری تابع هدف و حساسیت آن نسبت به چگالی عناصر طراحی بود. در حالت عادی، مشتقات تابع هدف لزوماً علامت منفی نداشتند و این امر مانع استفاده مستقیم از الگوریتم OC می شد. اصلاحات پیشنهادی در روابط حساسیت، از جمله اعمال ضرایب کنترلی و تقویت برخی ترم ها، باعث شدند روند بهینه سازی پایدار گردد و همگرایی الگوریتم تضمین شود. این اصلاحات خود یک نوآوری محسوب می شود که می تواند در سایر مسائل مشابه با توابع هدف پیچیده نیز به کار رود.

۵,۲,۵ پایبندی به محدودیت حجمی

یکی دیگر از نتایج مهم تحقیق، پایبندی کامل الگوریتم به محدودیت حجمی تعریف شده بود. در تمامی اجراها، نسبت حجمی ساختار نهایی حول مقدار هدف ۰,۳ باقی ماند و نوسانات مشاهده شده در طول ران ها نیز در نهایت به سمت این مقدار همگرا شدند. این موضوع نشان می دهد که چارچوب پیشنهادی توانسته است تعادل مناسبی میان کاهش مصرف ماده و حفظ خواص مکانیکی برقرار سازد و از طرفی این مقدار ۳۰ درصد سبب بهتر شدن کاربرد مهندسی در ساختار نهایی شده و باربری و پایداری سازه ای که در این پروژه لازم است را سبب می شود.

۵,۲,۶ پیاده سازی موفق در محیط MATLAB

توسعه کد کامل بهینه سازی در محیط MATLAB از دیگر دستاوردهای تحقیق بود. این کد شامل ماژول های مختلف از جمله مقداردهی اولیه، اعمال فیلترها، همگن سازی مبتنی بر انرژی، محاسبه حساسیت ها و به روزرسانی چگالی ها بر اساس الگوریتم OC بود. همگرایی پایدار نتایج، تکرارپذیری اجراها و امکان تنظیم پارامترهای مختلف (مانند حجم هدف، ضریب پنالتی و تعداد تکرارها) بیانگر آن است که چارچوب ارائه شده از انعطاف پذیری و کارایی بالایی برخوردار است.

۵,۲,۷ یافته های ارزیابی عددی

به منظور بررسی عملکرد متامتریال طراحی شده در مقیاس سازه ای، یک ستون پل فولادی با ارتفاع 10 m و مقطع باکس معادل 1.5×1.5m تحت تحریک لرزه ای واقعی مورد تحلیل قرار گرفت. جداساز متامتریالی با ارتفاع حدود 3m در پایین ستون مدل شد و نتایج آن با حالت مرجع (ستون کاملاً فولادی) مقایسه گردید.

- پیرو سیستم را بیش از دو برابر افزایش دهد و آن را از محدوده‌ی فرکانس‌های غالب زلزله دور کند،
- نیروهای برشی پایه و اتصال را بیش از ۴۰٪ کاهش دهد و در نتیجه خطر آسیب‌پذیری ناحیه‌ی اتصال و فونداسیون را کاهش دهد،
- شتاب‌های رأس را حدود ۳۰٪ کاهش دهد و ایمنی اجزای غیرسازه‌ای و تجهیزات را ارتقا بخشد.

این نتایج اثبات می‌کنند که متامتریال طراحی شده نه تنها از نظر تئوری بلکه در عمل نیز می‌تواند نقش یک جداساز لرزه‌ای نوین را ایفا کند.

جداساز متامتریالی طراحی شده، با نرم کردن مؤثر جانبی و حفظ سختی حجمی، توانسته است نیروهای انتقالی و شتاب‌ها را به‌طور معنادار کم کند (کاهش‌های ۲۹ تا ۴۳ درصد)، در حالی که افزایش جابجایی حاصل، در چارچوب عملکرد جداسازی قابل مدیریت است و باید در جزئیات سازه‌ای (کلیرنس و ظرفیت تغییر مکان) لحاظ گردد.

ریزساختار به‌کاررفته در جداساز با حدود ۳۰٪ کسر حجمی ماده مؤثر (چگالی مؤثر و معادل‌سازی جرمی) طراحی شده است؛ با وجود این میزان مصرف ماده، کاهش‌های چشمگیر در برش پایه/اتصال و شتاب رأس به‌دست آمده است. بنابراین، کارایی به‌ازای حجم/جرم مصرفی بسیار مطلوب بوده و استفاده از این متامتریال، از منظر نسبت "کارایی سازه‌ای / مصرف ماده"، به‌صرفه و قابل اتکا ارزیابی می‌شود.

۵,۲,۶ مقایسه و برتری این پژوهش در برابر پژوهش‌های گذشته:

در بسیاری از پژوهش‌های پیشین، تمرکز اصلی بر طراحی متامتریال‌ها در مقیاس ریزساختار و نشان دادن خواص غیرمعمول آن‌ها بوده است، بدون آن‌که عملکرد آن‌ها در مقیاس سازه‌ای به‌طور عددی ارزیابی شود. در مقایسه تانسور الاستیسیته حاصل شده در این پژوهش با تانسور الاستیسیته بهینه شده در مقالات از جمله (۴۳) که تقریباً پایدارترین نمونه از پنتامودها را به دست آورده است مشاهده می‌شود که نسبت حجمی در مابقی مقالات بسیار پایین است و المان‌های بسیار نازک و مستعد کماتش و ناتوان در برابر بارگذاری‌های مهندسی بسیار مشهود بوده و این ساختارها با چالش‌های ساخت و کاربرد مهندسی همراه اند و این معضل در پژوهش حاضر برطرف شده اما لازم به ذکر است که مقدار تابع هدف طبیعتاً بهینگی کمتری در برابر مابقی پژوهش‌ها دارا است. اما نتایج ارزیابی این را نشان می‌دهد که این مقدار بهینگی برای کاربرد مهندسی کافی است و نتایج نشان از قابل قبول بودن توامان مقدار بهینگی تابع هدف و شرایط استفاده مهندسی را می‌رساند. در حالی که تانسور الاستیسیته حاصل از این

پژوهش در فرمول (۳۹) قابل مشاهده است تانسور الاستیسیته پژوهش [۱۱] در فرمول (۴۱) آمده است و حاکی از مقاومت بسیار پایین و ناتوانی در کاربرد مهندسی دارد.

$$D^H = 10^{-3} \begin{pmatrix} 1.171 & 1.118 & 1.118 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 1.118 & 1.171 & 1.118 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 1.118 & 1.118 & 1.171 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.026 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.026 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.026 \end{pmatrix} \quad (41)$$

همانطور که در (۴۱) مشاهده می شود این تانسور الاستیسیته مستعد ناپایداری در برابر بارهای مهندسی است و صرفاً هدف آزمایشگاهی دارد. بر خلاف فرایندی که در این پژوهش اتخاذ شده است

۳-۵- پیشنهاد پژوهش های آینده

با وجود دستاوردهای ارزشمند این تحقیق، همچنان زمینه های متعددی برای توسعه و تکمیل چارچوب ارائه شده وجود دارد. پژوهش های آینده می توانند در چند محور اصلی دنبال شوند:

۵,۳,۱ توسعه بهینه سازی چندهدفه

در پژوهش حاضر تمرکز اصلی بر بهینه سازی نسبت K/G بود. با این حال، در عمل طراحی متامتریال ها اغلب نیازمند در نظر گرفتن اهداف چندگانه است. برای نمونه، می توان علاوه بر بهینه سازی نسبت K/G ، معیارهایی همچون حداکثرسازی میرایی داخلی، بهینه سازی سختی ویژه، یا به حداقل رساندن وزن سازه را نیز در نظر گرفت. توسعه چارچوب حاضر به یک الگوریتم چندهدفه می تواند دید جامع تری از کارایی متامتریال های طراحی شده ارائه دهد.

۵,۳,۲ گسترش بهینه سازی همزمان ماکرو-میکرو

در این تحقیق، تمرکز بر طراحی ریزساختار (میکرو) و بررسی خواص مؤثر آن در سطح ماکرو بود. در حالی که در کاربردهای عملی، بهینه سازی همزمان در هر دو مقیاس ماکروسکوپی و میکروسکوپی اهمیت زیادی دارد. پیشنهاد می شود در تحقیقات آینده، چارچوب توسعه یافته با مدل های Concurrent Topology Optimization ادغام شود تا بتوان به طور همزمان هندسه کلی جداساز و ریزساختارهای داخلی آن را بهینه کرد.

۵,۳,۳ استفاده از هوش مصنوعی

یکی از مسیرهای نوآورانه برای آینده، بهره گیری از روش های یادگیری ماشین در فرآیند بهینه سازی توپولوژی است. این روش ها می توانند با یادگیری از تکرارهای قبلی، روند همگرایی را تسریع کنند و حتی الگوهای بهینه جدیدی کشف نمایند که با الگوریتم های کلاسیک به سختی قابل دستیابی هستند. به ویژه استفاده از شبکه های عصبی سه بعدی می تواند طراحی متامتریال ها را به سمت یک فرآیند خودکار و داده محور هدایت کند.

۵,۳,۴ بررسی رفتار غیرخطی و بارگذاری چرخه ای

چارچوب حاضر بر مبنای تحلیل خطی-الاستیک توسعه داده شد. در حالی که متامتریال های واقعی در معرض شرایط بارگذاری پیچیده تری نظیر بارگذاری چرخه ای زلزله، خزش و پلاستیسیته موضعی قرار می گیرند. پیشنهاد می شود در پژوهش های آتی، رفتار غیرخطی مواد در فرآیند بهینه سازی لحاظ گردد تا نتایج به شرایط واقعی نزدیک تر شوند. همچنین بررسی عملکرد متامتریال ها تحت بارگذاری های دینامیکی و چرخه ای می تواند به ارزیابی دقیق تر کارایی جداسازهای لرزه ای کمک کند.

۵,۳,۵ اعتبارسنجی آزمایشگاهی و ساخت نمونه های واقعی

یکی از محدودیت های اصلی این پژوهش، عدم انجام اعتبارسنجی تجربی بود. در ادامه، پیشنهاد می شود نمونه های طراحی شده به کمک فناوری های ساخت پیشرفته مانند پرینت سه بعدی فلزی یا پلیمری تولید و تحت آزمایش های مکانیکی و لرزه ای قرار گیرند. مقایسه نتایج عددی و تجربی می تواند دقت و قابلیت اعتماد چارچوب ارائه شده را به طور عملی اثبات نماید.

۵,۳,۶ مطالعه تأثیر شرایط مرزی و حجم هدف متغیر

در این تحقیق از یک محدودیت حجمی سخت و ثابت (۳۰ درصد) استفاده شد. با این حال، بررسی رفتار الگوریتم در شرایط حجم هدف متغیر یا تطبیقی می تواند مسیرهای جدیدی را برای یافتن طرح های بهینه تر باز کند. همچنین، اعمال شرایط مرزی متفاوت (به ویژه شرایط نیمه تناوبی یا مرزهای وابسته به بارگذاری) ممکن است بر نتایج اثر بگذارد و باید به طور دقیق مطالعه شود.

۵-۴- محدودیت های تحقیق

با وجود دستاوردهای مهم به دست آمده در این پژوهش، لازم است به محدودیت‌های آن نیز اشاره شود تا چارچوب استفاده از نتایج روشن تر گردد و مسیر برای تحقیقات آینده شفاف تر شود. مهم ترین محدودیت‌ها عبارت‌اند از:

۵,۴,۱ محدودیت محاسباتی

مسئله طراحی معکوس متامتریال‌ها به طور ذاتی یک مسئله با ابعاد محاسباتی بالا است. استفاده از مش‌های سه بعدی با تعداد زیاد المان‌ها و اجرای هزاران تکرار برای رسیدن به همگرایی، منجر به هزینه محاسباتی قابل توجهی گردید. به همین دلیل، ابعاد مدل‌ها و تعداد المان‌ها در برخی موارد محدود شد تا اجرای کد در زمان معقول امکان پذیر باشد. این محدودیت می‌تواند بر دقت نتایج اثرگذار باشد و استفاده از رایانه‌های با توان پردازشی بالاتر یا روش‌های تسریع کننده (مانند حل‌های موازی یا یادگیری ماشین) ضروری است.

۵,۴,۲ بدرفتاری تابع هدف و نیاز به اصلاح حساسیت

یکی از چالش‌های اصلی تحقیق، بدرفتاری تابع هدف و حساسیت آن نسبت به متغیرهای طراحی بود. در حالت اولیه، روابط حساسیت صریح و پایدار نبودند و به همین دلیل اصلاحاتی تجربی و تحلیلی بر آن‌ها اعمال شد تا امکان ادامه روند بهینه سازی فراهم گردد. هرچند این اصلاحات منجر به دستیابی به نتایج معتبر شد، اما می‌توان آن را به عنوان یک محدودیت دانست زیرا نشان می‌دهد چارچوب فعلی به طور کامل عمومی و مستقل از اصلاحات دستی نیست.

۵,۴,۳ فرضیات خطی-الاستیک در تحلیل ماده

در این پژوهش ماده پایه به صورت خطی-الاستیک و ایزوتروپیک مدل سازی شد. در حالی که مواد واقعی ممکن است رفتار غیرخطی، وابسته به کرنش یا وابسته به نرخ بارگذاری داشته باشند. بنابراین، نتایج تحقیق در چارچوب فرضیات خطی-الاستیک معتبر است و لزوماً نمی‌توان آن‌ها را بدون تعدیل به شرایط غیرخطی یا مواد مرکب پیچیده تعمیم داد.

۵,۴,۴ عدم اعتبارسنجی آزمایشگاهی

یکی دیگر از محدودیت‌های تحقیق، عدم انجام آزمایش‌های تجربی برای اعتبارسنجی نتایج عددی بود. تمامی نتایج بر اساس شبیه سازی‌های عددی در محیط MATLAB به دست آمدند و نمونه‌های واقعی متامتریال ساخته و آزمایش نشدند. بنابراین، اعتبار عملی چارچوب پیشنهادی هنوز نیازمند آزمون‌های تجربی و مقایسه با نتایج عددی است.

۵,۴,۵ محدودیت در انتخاب حجم هدف

در تمامی اجزای عددی، نسبت حجمی ۳۰ درصد به عنوان یک محدودیت سخت در نظر گرفته شد. اگرچه این مقدار بر اساس مطالعات پیشین و ملاحظات ساخت انتخاب شده است، اما بررسی مقادیر متفاوت می توانست منجر به کشف ساختارهای متنوع تری شود.

۵,۴,۶ شرایط مرزی

شرایط مرزی تناوبی به صورت کامل و ایده آل اعمال گردید؛ در حالی که در شرایط واقعی ممکن است مرزها کاملاً تناوبی نباشند. این موضوع دقت نتایج را در کاربردهای عملی تا حدی محدود می سازد.

۵,۴,۷ تمرکز بر یک تابع هدف واحد

تمرکز تحقیق صرفاً بر بیشینه سازی نسبت K/G بود. اگرچه این معیار برای طراحی جداساز لرزه ای اهمیت ویژه ای دارد، اما سایر شاخص های مکانیکی نظیر مقاومت به شکست، پایداری در برابر کمانش موضعی، یا میرایی داخلی در نظر گرفته نشدند. بنابراین، کارایی واقعی متامتریال طراحی شده تنها در چارچوب همین تابع هدف قابل تضمین است.

منابع و مراجع

- 1- Song, B., Zhao, A., Zhang, L., Wang, P., Wang, X. and Shi, Y., 2023. Metamaterial Design and Additive Manufacturing. Elsevier Science & Technology.
- 2- Gao J, Cao X, Xiao M, Yang Z, Zhou X, Li Y, et al. Rational designs of mechanical metamaterials: Formulations, architectures, tessellations and prospects. Materials Science and Engineering: R: Reports. 2023;156:100755.
- 3- Ji J, Luo Q, Ye K. Vibration control based metamaterials and origami structures: A state-of-the-art review. Mechanical Systems and Signal Processing. 2021;161:107945.
- 4- Sigmund O. Materials with prescribed constitutive parameters: an inverse homogenization problem. International Journal of Solids and Structures. 1994;31(17):2313-29
- 5- Sigmund O. Tailoring materials with prescribed elastic properties. Mechanics of Materials. 1995;20(4):351–68.
- 6- Hassani B, Hinton E. Homogenization and structural topology optimization: theory, practice and software: Springer Science & Business Media; 2012.
- 7- Bendsøe MP, Sigmund O. Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications. Springer; 2003.
- 8- Kadic M, Bückmann T, Schittny R, Wegener M. On the practicability of pentamode mechanical metamaterials. Applied Physics Letters. 2012;100(19):191901.
- 9- Rozvany GIN. A critical review of established methods of structural topology optimization. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2009;37(3):217–37.
- 10- Milton GW, Cherkaev AV. Which elasticity tensors are realizable? Journal of Engineering Materials and Technology. 1995;117(4):483–93.
- 11- Yan D, Cheng G, Guest JK. Topological design of pentamode metamaterials with additive manufacturing constraints. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2015;52(2):303–13.
- 12- Yan D, Cheng G. Topological design of pentamode lattice metamaterials using a ground structure method. Computer Structures. 2016;162:44–52.

- 13- Kadic M, Bückmann T, Schittny R, Wegener M. Pentamode metamaterials with independently tailored bulk modulus and mass density. *Physical Review Applied*. 2015;2(5):054007.
- 14- Sigmund O. Morphology-based black and white filters for topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2007;33(4–5):401–24.
- 15- Wang F, Lazarov BS, Sigmund O. On projection methods, convergence and robust formulations in topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2011;43(6):767–84.
- 16- Bendsøe MP, Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1988;71(2):197–224.
- 17- Xia L, Breitkopf P. Design of materials using topology optimization and energy-based homogenization approach. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2015;52(2):373–94.
- 18- Sigmund O, Petersson J. Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. *Structural Optimization*. 1998;16(1):68–75.
- 19- Bendsøe MP, Sigmund O. Material interpolation schemes in topology optimization. *Archive of Applied Mechanics*. 1999;69(9–10):635–54.
- 20- Sigmund O, Maute K. Topology optimization approaches: A comparative review. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2013;48(6):1031–55.
- 21- Svanberg K. The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1987;24(2):359–73.
- 22- Bourdin B. Filters in topology optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2001;50(9):2143–58.
- 23- Donoso A, Amigo R, Pina JC, Muñoz J, Carpio M. A continuous model for connectivity constraints in topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2023;67(3):54.
- 24- Nemat-Nasser S, Hori M. *Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials*. Elsevier; 1999.
- 25- Hill R. Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. *J Mech Phys Solids*. 1963;11(5):357–72.
- 26- Hill R. A self-consistent mechanics of composite materials. *J Mech Phys Solids*. 1965;13(4):213–22.
- 27- Sanchez-Palencia E. *Non-Homogeneous Media and Vibration Theory*. Springer; 1980.
- 28- Suquet P. Elements of homogenization for inelastic solid mechanics. In: Sanchez-Palencia E, editor. *Homogenization Techniques for Composite Media*. Springer; 1985. p.194–278.
- 29- Bakhvalov N, Panasenko G. *Homogenisation: Averaging Processes in Periodic Media*. Springer; 1989.

- 30- Allaire G. Homogenization and two-scale convergence. *SIAM J Math Anal.* 1992;23(6):1482–1513.
- 31- Guedes JM, Kikuchi N. Pre- and post-processing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods. *Comput Methods Appl Mech Eng.* 1990;83(2):143–98.
- 32- Xia L, Breitkopf P. Concurrent topology optimization design of material and structure within a two-scale framework. *Struct Multidiscip Optim.* 2014;50:573–91.
- 33- Zhu B, Xia L, Breitkopf P. Energy-based homogenization and topology optimization of mechanical metamaterials. *Int J Numer Methods Eng.* 2016;108(12):1381–405.
- 34- Milton GW. *The Theory of Composites.* Cambridge University Press; 2002.
- 35- Kochmann DM, Milton GW. Rigorous bounds on the effective moduli of composites and inhomogeneous materials. *Proc R Soc A.* 2014;470(2165):20130611.
- 36- Kouznetsova V, Brekelmans WAM, Baaijens FPT. An approach to micro-macro modeling of heterogeneous materials. *Comput Mech.* 2001;27(1):37–48.
- 37- Zhu B, Zhang Y, Xia L. Topology optimization of anisotropic metamaterials using energy-based homogenization. *Struct Multidiscip Optim.* 2017;55:1507–21.
- 38- Zhang Y, Xia L, Breitkopf P. Energy-based homogenization design of three-dimensional metamaterials with tailored anisotropy. *Mech Mater.* 2018;121:1–13.
- 39- Zhu B, Xia L, Breitkopf P. Multiscale concurrent topology optimization with energy-based homogenization. *Comput Methods Appl Mech Eng.* 2019;344:529–49.
- 40- Rodrigues H, Fernandes P. A material based model for topology optimization of structures. *Int J Numer Methods Eng.* 1995;38(12):1951–65.
- 41- Lakes RS. Foam structures with a negative Poisson's ratio. *Science.* 1987;235(4792):1038–40.
- 42- Evans KE, Alderson A. The auxetic effect: a review. *Phys World.* 2000;13(4):35–42.
- 43- Sigmund O. A 99 line topology optimization code written in Matlab. *Struct Multidiscip Optim.* 2001;21(2):120–7.
- 44- Andreassen E, Clausen A, Schevenels M, Lazarov BS, Sigmund O. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. *Struct Multidiscip Optim.* 2011;43(1):1–16.

- 45- Liu K, Tovar A. An efficient 3D topology optimization code written in MATLAB. *Struct Multidiscip Optim.* 2014;50(6):1175–96.
- 46- Gao J, Luo Z, Xia L, Gao L. Concurrent topology optimization of multiscale composite structures in Matlab. *Struct Multidiscip Optim.* 2019;60(6):2621–53.
- 47- Michel JC, Moulinec H, Suquet P (1999) Effective properties of composite materials with periodic microstructure: a computational approach. *Comput Methods Appl Mech Eng* 172(1–4):109–143.
- 48- Xia Z, Zhang Y, Ellyin F (2003) A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications. *Int J Solids Struct* 40(8):1907–1921.
- 49- Yin L, Yang W (2001) Optimality criteria method for topolog optimization under multiple constraints. *Comput Struct* 79(20–21):1839–1850.
- 50- Andreassen E, Lazarov B, Sigmund O (2014) Design of manufacturable 3d extremal elastic microstructure. *Mech Mater* 69:1–10.
- 51- Gibiansky L, Sigmund O (2000) Multiphase composites with extremal bulk modulus. *J Mech Phys Solids* 48(3):461–498.
- 52- Zienkiewicz OC, Taylor RL, Zhu JZ. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th ed. Butterworth-Heinemann; 2013.

Abstract

Mechanical metamaterials are artificially engineered structures designed to achieve extraordinary mechanical properties that are not typically found in natural materials. Mechanical metamaterials exhibit unique properties derived from their microstructural architecture, enabling tailored mechanical responses for advanced engineering applications.

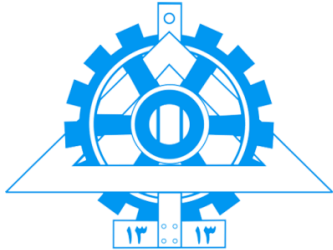
One such application is the seismic base isolation, where materials with an optimal bulk-to-shear modulus ratio (K/G) can mitigate structural vibrations. In this study, a topology optimization framework is employed as an inverse homogenization formulation to design mechanical metamaterials with a high K/G ratio, making them suitable for base isolators. The optimization framework is based on the Solid Isotropic Material with Penalization method and driven by an energy-based homogenization model to compute the effective macroscopic properties of the metamaterial.

A key innovation of this work lies in the modification of the objective function, which enhances the optimization process, together with the introduction of a filtering function that strictly maintains connectivity and symmetry, preventing the emergence of disconnected or isolated elements during the optimization process.

The methodology is implemented using a three-dimensional inverse homogenization framework, where the objective function maximizes the K/G ratio while adhering to predefined volume fraction constraints. The designed structures are further evaluated as functional base isolators, demonstrating their potential to provide lateral flexibility and vertical stiffness required for seismic protection.

The results demonstrate the emergence of continuum realizations of mechanical metamaterials for base isolators. The output represents a significant step towards the rational design of metamaterials with tunable elastic properties through computational optimization.

Key Words: metamaterials, mechanical metamaterials, topology optimization, energy based homogenization, inverse homogenization, base isolators, SIMP



University of Tehran

**College of
Engineering**

**School of
Civil Engineering**



Inverse design of new mechanical metamaterial for using as new base isolator

A Thesis Submitted to the Graduate Studies Office

In Partial Fulfillment of the Requirements for

The Degree of Master of Science in

Civil / Earthquake Engineering

By:

Mohammad Mahdi Mirzajani

Supervisor:

Prof. Amir Keyvan Ghorbani Tanha

Advisor:

Prof. Soheil Mohammadi

2025. Sept

