

پایان نامه کارشناسی ارشد

موضوع :

تحلیل دو بعدی ترک خوردگی لایه‌ای پیش رونده در سازه های مرکب

تحت اثر بار ضربه

نگارش : رامین رحمانی املشی

استاد راهنما: دکتر سهیل محمدی

پایان نامه فوق الذکر با پشتیبانی معنوی و مادی دفتر طراحی شرکت

هواپیما سازی ایران (هسا) انجام شده است

اردیبهشت ۱۳۸۱

سورة الاحقاف

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

چکیده

مواد مرکب به تدریج ضمن جایگزینی مواد کلاسیک، بطور وسیعی در کاربردهای صنعتی که تحت تاثیر بارهای دینامیکی قرار دارند، مورد استفاده قرار می گیرند. وسایل نقلیه، تجهیزات ورزشی، سازه های هوا فضا از مهمترین موارد کاربرد مواد مرکب میباشند. همچنین پیش بینی می شود که استفاده از مواد مرکب پیشرفته در ساخت هواپیماهای جدید جایگزین آلیاژ سبک آلومینیوم گردد. مقاومت بالا در برابر خستگی، نسبت مقاومت به وزن بالا، توزیع یکنواخت تر هر نوع بار خارجی، برخی از مزایای مواد مرکب می باشند. با وجود براین ناشناخته های زیادی در خصوص رفتار مکانیکی این مواد وجود دارد که ناشی از تنوع مواد بکار رفته، اثرات میکرو مکانیکی الیاف و به ویژه وجود انواع زیادی از مکانیسم های تخریب می باشد.

یکی از عواملی که در طراحی مواد مرکب اثر می گذارد آسیب پذیری آنها در برابر بار ضربه ای جانبی است که می تواند سبب تخریب داخلی گردد. اما در بسیاری از موارد، به خصوص در کاربردهای نظامی و هوا فضا بروز ترک خوردگی جزئی قابل قبول می باشد و به مفهوم تخریب سازه نیست و سازه باید توانایی عملکرد مناسبی را پس از ترک خوردگی دارا باشد. از طرفی بررسی ترکهای لایه ای به دلیل موثر بودن بر جدا شدگی بین لایه ای حائز اهمیت است. از آنجا که ترکهای لایه ای در سازه های مرکب عموماً از نوع ترک خوردگی ملات می باشد و می تواند ترد و شکننده و مخرب باشند، لذا باید مدل دقیقی را برای این رفتار پیچیده بکار برد. طبیعت لایه ای سازه های مرکب، وجود ارتوتروپی در هر لایه و در نظر گرفتن انواع مکانیزم های ترک خوردگی به دلیل وجود مواد مختلف با مقاومت های غیر یکسان در هر لایه، رفتار پیچیده ای را دنبال خواهد داشت. لذا بررسی پدیده ترک خوردگی در چنین وضعیتی فوق العاده پیچیده خواهد بود.

با بکار گیری روش ترکیبی المانهای مجزا/ محدود ضمن کنترل و مدلسازی روند ترک خوردگی، رفتار مجزا و توام قطعات مختلف را مدل می کنیم. در این روش مدلسازی، هر لایه از سازه مرکب بصورت مجزا مش بندی می گردد. اندرکنش بین لایه ها بر اساس محاسبات مکانیک تماس و بر مبنای قوانین چسبندگی لایه ها انجام می شود و اندرکنشهای تماسی و اصطکاکی را پس از جدا شدگی لایه ها منظور می کنیم.

در این پایان نامه با استفاده از اطلاعات موجود و تحقیقات انجام گرفته، بهترین مدل ارتوتروپ تسلیم و ترک خوردگی مواد مرکب در هر لایه بکار گرفته می شود. به دنبال آن بر اساس مدل های مناسب ارزیابی گسترش ترکها، ترکها بصورت هندسی مدل می شود. مدلسازی هندسی ترکها با تقسیم المانها، ایجاد گره های جدید و ریز کردن المانهای اطراف، به منظور تامین سازگاری تغییر شکلها انجام می پذیرد که ضمن جلوگیری از ایجاد المانهای با شکل نامناسب، جواب دقیقتری از حل اجزای محدود را تضمین می کند. بطور کلی با این روش همزمان با ایجاد و رشد ترکها گره ها، المانها، سطوح و اجزای جدیدی به مدل اولیه اضافه شده و به تدریج اصلاح می گردد. مراحل تحلیل با استفاده از یک برنامه کامپیوتری المانهای مجزا/ محدود دنبال می شود.

فهرست

۱	فصل اول: مقدمه
	فصل دوم: معرفی کامپوزیتها
۵	۱-۲ تاریخچه
۷	۲-۲ اجزاء تشکیل دهنده
۱۴	۳-۲ مزایا و کاربرد کامپوزیتها
۱۸	فصل سوم: رفتار مکانیکی کامپوزیتها
	فصل چهارم: مدل‌های پلاستیسیته
۲۶	۱-۴ اصول پلاستیسیته مربوط به شکست کامپوزیتها
۲۷	۲-۴ مدل‌های مادی
۳۸	۳-۴ توضیح معیار Hashin
۴۷	۴-۴ معیار جداشدگی
۴۸	۵-۴ توزیع تنش‌ها در ناحیه پلاستیک
	فصل پنجم: ترک خوردگی در کامپوزیتها
۵۴	۱-۵ انواع ترک‌ها
۶۰	۲-۵ جهت ترک
۷۲	۳-۵ مدل کاهش سختی بکار گرفته شده
۷۵	۴-۵ الگوریتم مش بندی مجدد سازه

۷۷	-----۵-۵ رشد ترک
۸۰	-----۵-۶ اصول مکانیک شکست
فصل ششم: DEM و شرح استراتژی	
۸۶	-----۶-۱ مقدمه‌ای بر DEM
۹۰	-----۶-۲ اندرکنش تماسی
۹۷	-----۶-۳ تماس قائم
۱۰۲	-----۶-۴ تماس اصطکاکی
۱۰۸	-----۶-۵ روش عددی بکار گرفته شده
۱۱۵	----- فصل هفتم: کنترل برنامه و نتایج و مدلسازیها
۱۳۹	----- زیر برنامه معیار (Hashin)
۱۴۶	----- مراجع

مقدمه

امروزه استفاده از کامپوزیتها در تجهیزات ورزشی، سازههای هوا فضا و بسیاری کاربردهای دیگر بطور وسیعی افزایش یافته است. مقاومت بالا در برابر خستگی، نسبت مقاومت به وزن بالا و خواص میرایی خوب برخی از مزایای کامپوزیتها میباشند. اما رفتار این مواد تحت بارگذاری ضربه‌ای یک مسأله مهم است. بعلاوه ضربه‌ها در طی فرایند ساخت یا نگهداری یا در اثر عوامل دیگر می‌توانند بوجود آیند وضعیت بحرانی مربوط به ضربه‌هایی است که منجر به آسیبهای داخلی گردیده و با چشم دیده نمی‌شوند اما سبب افت شدید در مقاومت و پایداری ساختمان می‌گردند. مسائل مربوط به دینامیک ضربه را، که هم شامل حرکت جسم برخورد کننده، جسم مورد اصابت و هم نیرو در سطح مشترک آنها می‌باشد، می‌توان به کمک تعدادی از مدل‌های دقیق پیشگوئی نمود وضعیت توزیع تنش در محل برخورد بسیار پیچیده است و به آنالیزهای دقیق نیاز دارد. معیارهای دقیق برای پیشگوئی گسیختگی اولیه عموماً در دسترس نیستند لذا می‌توان گفت که روش کلی برای تخمین شکل و اندازه آسیب‌های ضربه‌ای تا این زمان وجود ندارد.

بهر حال تعدادی داده‌های آزمایشگاهی موجود باشد و بسیاری از نکات مربوط به آسیب پذیری ناشی از ضربه مشخص شده است. بویژه در مورد جداشدگی، که در لایه میانی بین دو لایه با زاویه الیاف متفاوت حادث می‌گردد، تحقیقات بیشتری صورت گرفته است. در بررسی دقیق آسیب پذیری ناشی از برخورد یک جسم خارجی، بایستی از مسائل مربوط به دینامیک ضربه شناخت پیدا کرد. عموماً سرعت کم به ضربه‌هایی

گفته می‌شود که سرعت گلوله کمتر از 100 m/s باشد به سرعت‌های بالاتر از 1 km/s سرعت زیاد اطلاق می‌گردد. گاهی اوقات تعاریف دیگری برای این دو نوع ضربه بکار برده میشود [۱].

برای ضربه با سرعت کم، وقتی که تداوم حرکت طوری است که رفتار سازه بصورت شبه استاتیکی پاسخگوست می‌توان مدلهای فنر-جرم را برای پیشگویی نیروی تماسی و تاریخچه تغییر مکان در محل اصابت گلوله بکار برد. در ضربه‌های با سرعت بالا می‌توان از روش آنالیز مودال و روش انتشار امواج استفاده نمود. [۱]. بطور کلی فرض میشود گلوله با یک فنر غیر خطی به سازه متصل است.

آسیب‌های ضربه‌ای عموماً سه نوع می‌باشند: جدا شدگی بین لایه‌ای، ترک خوردگی ماتریکس، پاره شدگی الیاف. برای ضربه‌های با سرعت پائین، آسیب‌ها عموماً با چشم قابل مشاهده نیستند اما می‌توانند سبب کاهش مقاومت گردند. لذا لازم است در بررسی رفتار و عملکرد کامپوزیتها به دقت ملاحظه گردند.

روشهای متفاوتی برای مدلسازی ترک خوردگی در کامپوزیتها ارائه میشود [۲]. مدلسازی به کمک روشهای المان مجزا راه نسبتاً جدیدی است که برای بررسی رفتار کامپوزیتها بکار گرفته می‌شود. قابلیت این روش در محیط‌های ناپیوسته نظیر مسائل ترک خوردگی پیشرونده آنرا از روشهای دیگر متمایز ساخته است. اکثر مدلسازی‌های عددی بر مبنای استفاده از روش المان محدود در یک محیط پیوسته می‌باشند که برای مسائل ترک خوردگی مناسب نمی‌باشند.

در مدل‌های اولیه، یک معیار ساده که همان مقایسه تنش قائم با مقدار مجاز بود، استفاده می‌گردید بعداً مدل‌های پیچیده‌تری توسعه داده شد. معادلات حاکم بر رفتار کامپوزیتها به کمک روابط الاستیسیته در یک محیط پیوسته تعیین می‌شد که ایراد اصلی این روش‌ها در محدود بودن آنها به هندسه خطی می‌باشد. گام اصلی در رسیدن به مدل‌های موثر تر توسعه الگوریتم‌های اندرکنش تماسی بوده است که با این روش‌ها خواهیم توانست رفتار پس از ترک خوردگی کامپوزیتها را به شیوه‌ای موثر تجزیه و تحلیل نمائیم در کار حاضر با بکارگیری الگوریتم المان مجزا / محدود، پدیده ترک خوردگی پیش رونده در کامپوزیتها را بررسی می‌کنیم که انجام این پروژه در برگیرنده مباحث پیشرفته‌ای از مکانیک محاسباتی می‌باشد که از جمله آنها می‌توان به تئوری پلاستیسیته، روش اجزای محدود، مکانیک تماس، مکانیک شکست، تئوری سازه‌های کامپوزیتی اشاره نمود. بعد از مقدمه‌ای که ذکر شد، فصول بعدی پایان نامه به شرح زیر می‌باشد:

در فصل ۲ مواد کامپوزیتی معرفی می‌گردند در این فصل ضمن اشاره‌ای به تاریخچه کاربرد این مواد، خصوصیات اجزاء تشکیل دهنده و موارد استفاده از آنها نیز بیان می‌گردد.

فصل ۳، اطلاعات اولیه مورد نیاز را در تحلیل مواد کامپوزیتی که شامل روابط الاستیسیته و معرفی پارامترهای مقاومت است شرح می‌دهد.

فصل ۴، به معیارهای گسیختگی و جدا شدگی در کامپوزیتها اختصاص دارد. ضمن مقایسه بین مدل‌های مختلف موجود در ادبیات فنی با ذکر معایب هر کدام از آنها

بهترین مدل مادی انتخاب میشود. همچنین برخی از اصول پلاستیسیته مربوط به بهنگام نمودن تنش‌ها توضیح داده شده است. مدل بکار رفته برای در نظر گرفتن کاهش سختی در این فصل بیان شده است.

مسائل مربوط به ترک خوردگی در فصل ۵ ذکر گردیده است. الگوریتم‌های مورد نیاز برای تعیین جهت ترک، نحوه مش بندی پس از ترک خوردگی و اصول مکانیک شکست را در این فصل می‌توان مشاهده نمود.

روش المان مجزا در فصل ۶ بحث خواهد شد که شامل مبانی مکانیک تماس می‌باشد و الگوریتم‌های مورد نیاز برای ملاحظه اندرکنشهای تماسی بیان خواهد شد.

کنترل برنامه و نتایج مدلسازیهای انجام شده در فصل ۷ ارائه می‌گردد.

در نهایت در فصل ۸، نتیجه گیری و ذکر پیشنهاداتی در جهت رسیدن به یک الگوریتم کارا تر در مدلسازی حاضر می‌باشد.

۲- تاریخچه

کامپوزیت‌ها هم مفهومی قدیمی و هم مفهومی جدید دارند. قدیمی هستند چونکه اکثر موارد طبیعی مانند بدن انسان، گیاهان و حیوانات جزء کامپوزیت‌ها هستند، جدید هستند چونکه بعد از ۱۹۶۰ م. توسط مهندسين و دانشمندان بطور جدی مورد استفاده قرار گرفتند.

به بیان ساده «کامپوزیت» ماده‌ای است که از دو یا چند فاز مجزا تشکیل یافته است و خصوصياتی را ایجاد می‌کند که به تنهایی در اجزا تشکیل دهنده نیست. کامپوزیتها اصولاً به سه دسته تقسیم می‌شوند:

Particulate Composite	کامپوزیت‌های ذره‌ای
Fibrouse Composite	کامپوزیت‌های الیافی
Laminate Composite	کامپوزیت‌های چند لایه‌ای

کامپوزیت‌های ذره‌ای: مواد تشکیل دهنده در این حالت عبارتند از ماتریکس و ماده‌ای دیگر که به شکل ذرات کوچک در آن توزیع شده‌اند. این مخلوط می‌تواند بصورت غیر فلز در غیر فلز، فلز در فلز و ... باشد.

کامپوزیت‌های الیافی: موادی هستند که یک فاز آنها بعنوان مسلح کننده یک فاز دوم می‌باشد. فاز دوم ماتریکس نامیده می‌شود. طرح ماهیچه‌ها در بدن انسان یک مثال زیبا از کامپوزیت‌های الیافی است. ماهیچه‌ها در یک سیستم لایه‌ای ارائه می‌شوند که شامل الیاف در جهات مختلف و در موقعیت‌های متفاوت هستند [شکل (۱-۲)].

کامپوزیتهای چند لایه: این مواد شامل حداقل دو ماده مختلف بوده که به یکدیگر می‌چسبند. لایه‌ها به گونه‌ای روی یکدیگر قرار دارند که مقاومت لازم در جهات مورد نظر حاصل میشود. در این نوع مواد مرکب، جهت الیاف را در لایه‌های مختلف می‌توان تغییر داد و در نتیجه از مواد استفاده کامل میشود و در حقیقت با کمترین وزن می‌توان بیشترین مقاومت را بدست آورد.

مواد کامپوزیتی در کشور مصر از حدود ۴۰۰۰ سال قبل از میلاد مسیح برای ساخت لایه‌هایی جهت نوشتن از گیاه پاپیروس استفاده می‌شد. در ۱۳۰۰ سال پیش از میلاد، کاه و پوشال برای مسلح نمودن آجر گلی بکار برده می‌شد کاری که هنوز هم متداول است. تا سال ۱۹۳۹ کامپوزیتهایی با الیاف شیشه به شکل تجاری تولید نشده بودند. این الیاف عموماً برای کاربردهای الکتریکی با درجه حرارت بالا بکار می‌رفتند. دو دهه گذشت تا اینکه الیاف پیشرفته معروف تولید شدند (boron بعد از دهه ۶۰) و Carbon (۱۹۶۰ م.).

و امروزه در کجای کار قرار داریم؟ ما در آستانه یک تحول بزرگ در استفاده از مواد کامپوزیتی برای کاربردهای ساختمانی هستیم. استفاده از کامپوزیتهای در ۲۵ سال اول قرن گذشته در زمینه‌های خاص مانند وسایل ورزشی و سازه‌های هوا فضا بوده است. اخیراً ما شاهد کاربردهایی در مهندسی



شکل ۱-۲: ماهیچه ها در بدن انسان (مثالی از کامپوزیتهای الیافی)

عمران (یک پل تمام کامپوزیتی بر روی یک شاهراه بین ایالتی) و پیش بینی یک

اتومبیل کامپوزیتی که نتیجه‌اش بهبود در مصرف سوخت می‌باشد، هستیم [۳].

۲-۱۲ اجزای تشکیل دهنده مواد کامپوزیتی

مواد مختلفی وجود دارند که از آنها می‌توان بعنوان الیاف و ماتریکس برای استفاده

در کامپوزیتهای پیشرفته استفاده نمود. انتخاب نوع الیاف و ماتریکس برای استفاده در

یک ماده کامپوزیتی دلخواه نمی‌باشد. برای آنکه ماده کامپوزیتی به لحاظ سازه‌ای کارایی

خوبی داشته باشد، بایستی اجزای تشکیل دهنده آن بدقت انتخاب شود. کامپوزیتها بایستی در برابر جدایی بین الیاف و ماتریکس، شکستن الیاف، ترک در ماتریکس مقاوم باشند. بهر حال در مواردی که تمایل داریم انرژی در طی پروسه گسیختگی تلف شود (از قبیل قطعات مقاوم در برابر بار ضربه‌ای، جدایی بین الیاف، ماتریکس و گسیختگی پیش رونده) مواد مذکور جنبه‌های مثبت می‌باشند. چرا که این پدیده‌ها انرژی را تلف می‌کنند. بنابراین چالش اصلی اینست که کامپوزیت را چگونه طراحی کنیم تا در برابر بارگذاری مکانیکی و عوامل محیطی مقاوم باشد که این امر بایستی هم در مرحله ساخت و هم در مرحله بهره‌برداری مدنظر قرار گیرد.

الیاف

در یک کامپوزیت الیافی، الیاف تقریباً تمام مشخصات ظرفیت باربری کامپوزیتها را تعیین می‌کنند که مهمترین این مشخصات مقاومت و سختی هستند. انواع زیادی از الیاف برای استفاده از کامپوزیتها موجود بوده و در حال افزایش نیز می‌باشد.

۱- Glass Fibers

علوم اولیه و تحقیقات مهندسی کامپوزیت‌های الیافی بر اساس مطالعات کامپوزیت های مسلح با الیاف شیشه‌ای بوده است. دلایل استفاده وسیع این الیاف هم در گذشته و هم در حال حاضر عبارتند از: قیمت، در دسترس بودن، مقاومت بالا و خصوصیات قابل قبول دیگر. جزء الیاف پیشرفته حساب نمی‌شوند. بخاطر مدول نسبتاً پائین آنها ولی بخاطر مقاومت ویژه بالا و قیمت پائین یک الیاف مهم مهندسی حساب می‌شوند.

۲- Carbon Fibers

امروزه این الیاف شناخته‌ترین و وسیع‌ترین الیاف مستعمل در کامپوزیت‌های پیشرفته هستند اگر چه دلایل بسیاری برای این امر وجود دارد، دو فاکتور مهمتر از بقیه می‌باشد اول تکنولوژی ساخت که اگر چه پیچیده است ولی در مقیاس‌های بزرگ تولید نسبت به الیاف دیگر ارجحیت دارند. دوم اینکه الیاف کربن خصوصیات مهندسی خوبی دارند.

Aramid Fibers-۳

از جدیدترین الیاف صنعتی و تجاری هستند که مورد استفاده قرار می‌گیرند. این الیاف مقاومت کششی بالا دارند اما مدول آنها متوسط می‌باشد. همچنین در بارگذاری فشاری مقاومت پائینی دارند.

Boron Fiberd-۴

اولین مرتبه در دهه ۶۰ به بازار عرضه شدند مقاومت و مدول بالای این الیاف سبب کاربرد آنها در قطعات کامپوزیتی هواپیماهای F-14 و F-15 گردید. از آنجائیکه این هواپیماها هنوز هم تولید می‌شوند و هزینه بالای دگرگونی کامل در آنها غیر قابل قبول است، این الیاف هنوز هم تولید شده و بکار برده میشوند حتی اگر چه الیاف کربن با خصوصیات بهتر در دسترس هستند.

Aluminum oxide Fibers-۵

این الیاف به نام alumina معروف هستند و بویژه برای ماتریکس‌های فلزی از قبیل آلومینیم قابل استفاده هستند. مهمترین ویژگی این الیاف، ابقای آنها در درجه حرارت‌های بالا می‌باشد.

ماتریکس

وظیفه ماتریکس‌ها بستن الیاف بهم می‌باشد و سبب می‌شوند که بار به الیاف منتقل شود. ماتریکس‌ها الیاف را در امتداد و موقعیت مناسب نگهداری می‌کنند. مقاومتی در برابر انتشار ترک و انهدام ایجاد می‌کنند بعلاوه اینکه عامل تعیین کننده حرارت در کامپوزیتها عموماً ماتریکس‌ها هستند

پلی مرها، فلزات و سرامیک ها ، بعنوان مواد ماتریکس در کامپوزیتهای الیافی بکار برده می شوند.

مواد ماتریکس پلی مری به زیر مجموعه های ترموپلاستیک ها (thermoplastics) و ترموستها (thermosets) تقسیم می شوند ترموپلاستیکها در اثر گرما نرم میشوند و تحت فشار و دما قابل تغییر شکل هستند این پلی مرها سختی بالاتری داشته و رنج حرارتی مفید آنها 225°C می باشد. پلی مرهای ترموست با گرمای مجدد نرم نمی شوند متداولترین مواد ماتریکسی پلی مری عبارتند از polystyres و epoxis و polyimides . polystyres عموماً با الیاف شیشه بکار برده میشود. ارزان و سبک بوده و دارای رنج حرارتی مفید 100°C می باشند. Epoxies گرانتتر هستند ولی در برابر رطوبت مقاوم ترند. درجه حرارت ماکزیمم برای آنها حدود 175°C است. Polyimides درجه حرارتی مفید بالاتری دارند (300°C) اما ساخت آنها مشکل تر است بطور کلی مشکلات استفاده از مواد ماتریکسی پلی مری به رنج حرارتی مصرفی آنها مربوط می شود.

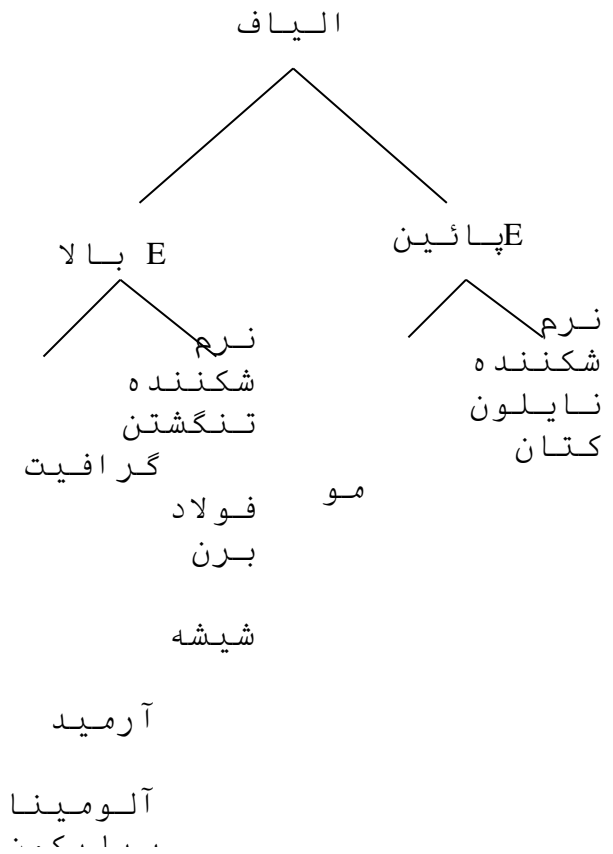
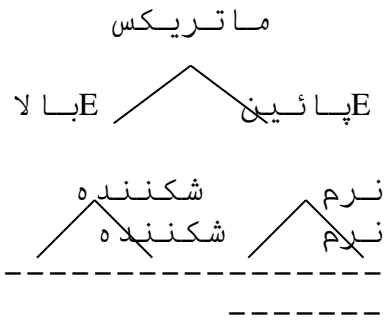
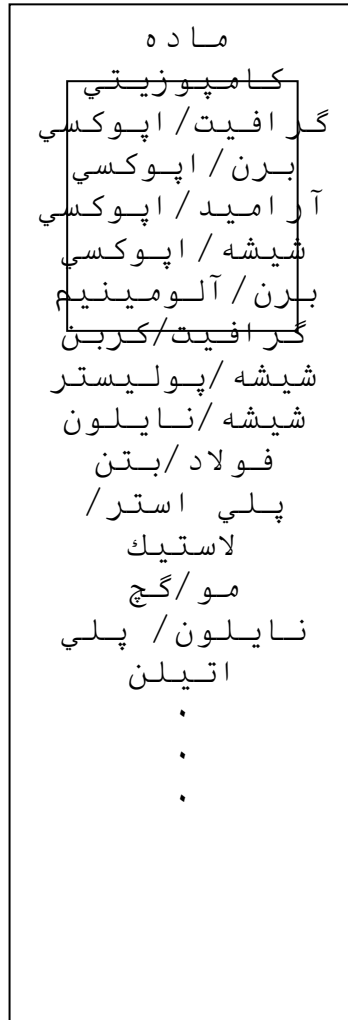
متداولترین فلزاتی که بعنوان مواد ماتریکس بکار برده میشوند عبارتند از آلومینیم، تانیم و کوپر. دلایل استفاده از این مواد بعنوان ماتریکس، رنج حرارتی مصرفی بالاتر (تیتانیم می تواند در 800°C بکار برده شود) ، مقاومت جانبی بالاتر، سختی (وقتی با رفتار ترد پلی مرها و سرامیک ها مقایسه می شود)، رسانایی حرارتی (کوپر).

دلایل عمده برای انتخاب سرامیک بعنوان ماتریکس، رنج حرارتی مصرفی بالاتر (بیش از 2000°C) ، مدول الاستیسته بالا، چگالی پائین می باشد. Silicon nitride

Silicon Carbid, Carbon
سرامیک‌هایی هستند که بعنوان مواد ماتریکس بکار برده می‌شوند.

Carbon/Carbon نوعی کامپوزیت است که شامل الیاف کربن داخل ماتریکس کربن می‌باشد. مزیت اصلی این ماده اینست که می‌تواند درجه حرارت بیش از 2200°C را تحمل کند. عیب اصلی این کامپوزیتها اینست که هزینه ساخت آنها گران می‌باشد لذا در جایی بکار برده می‌شوند که قابلیت‌های حرارتی بالا نیاز باشد.

همانطوریکه پیش از این هم ذکر شد انتخاب نوع الیاف و ماتریکس برای استفاده در یک ماده کامپوزیتی دلخواه نمی‌باشد. شکل (۲-۲) ما را در جهت چگونگی استفاده از ماتریکس‌ها و الیاف برای رسیدن به یک ماده کامپوزیتی مناسب که از اهداف مشخص طراحی سازه است، یاری می‌دهد.



شکل ۲-۲: خصوصیات الاستیک الیاف و ماتریکسها

۲-۳ مزایا و کاربرد کامپوزیت ها

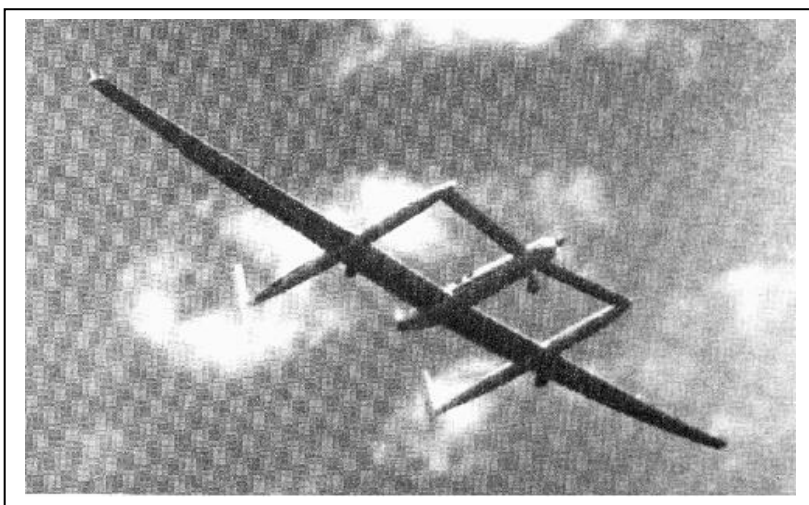
در اینجا به برخی از مزایای کامپوزیتها که سبب استعمال روز افزون آنها گردیده

اشاره می‌نمائیم:

- سبک بودن که عموماً بین ۲۵ الی ۵۰ درصد از وزن فلزات متداول سبکتر هستند
 - سختی پیچشی، که بویژه در هواپیماهای با سرعت بالا مورد توجه می باشد
 - خصوصیات میرائی خوب، که بدلیل حضور الیاف و ایجاد یک محیط ناهمگن سبب تلفن شدن انرژی می‌گردند
 - می‌توان با ترکیب مناسب از الیاف و ماتریکس بر سختی و مقاومت کامپوزیت افزود بعنوان مثال با بکارگیری پلاستیک‌های مسلح شده با الیاف کربن در راکت تنیس می‌توان سرعت توپ را بالا برد.
 - مواد کامپوزیتی عموماً ۲ تا ۵ برابر ارزان تر از فلزات هستند
 - مراحل ساخت و ساز کامپوزیتها ساده می‌باشد و در آنها از اتصالات چسبی استفاده می‌گردد که این امر می‌تواند هزینه‌های مهندسی را کم کند.
 - ضریب انبساط حرارتی را با انتخاب مناسب ماتریکس و الیاف و جهت قرارگیری آنها می‌توان کم یا زیاد نمود.
 - تفرانس مقاومت کامپوزیتها در برابر بارهای ضربه‌ای عالی می‌باشد.
- تقریباً غیر ممکن می‌باشد که بتوان تمام کاربردهای مواد کامپوزیتی را ذکر نمود. برای نمونه به تعدادی از این کاربردها در زمینه‌های مختلف اکتفا می‌کنیم.

۱-هوافضا

هواپیما، سفینه‌های فضائی، ماهواره‌ها، تلسکوپهای فضائی، بالگردها نمونه‌هایی هستند که در آنها از مواد کامپوزیتی استفاده می‌گردد. دلیل اصلی استفاده از کامپوزیتها در هواپیماها سختی مشخصه، مقاومت مشخصه و مقاومت در برابر خستگی می‌باشد. شکل (۲-۳) یک هواپیمای Voyager را نشان می‌دهد که تقریباً ۹۰٪ آن از الیاف گرافیت ساخته شده است.



شکل ۲-۳: هواپیمای کامپوزیتی Voyager

۲- وسایل ورزشی

نمونه‌هایی از وسایل ورزشی که از مواد کامپوزیتی ساخته شده‌اند عبارتند از: راکت تنیس، اسکی، زره سر، وسایل ماهیگیری. کامپوزیت‌های پیشرفته بدلیل سبک بودن برای استفاده در وسایل ورزشی بکار برده می‌شوند.

۳- وسایل نقلیه

دلایل استفاده از مواد کامپوزیتی در وسایل نقلیه وزن کمتر، دوام و پایایی بزرگتر (که مقاومت در برابر ضربه و مقاومت در برابر لهیدگی را بهبود می‌بخشد)

۴- پزشکی

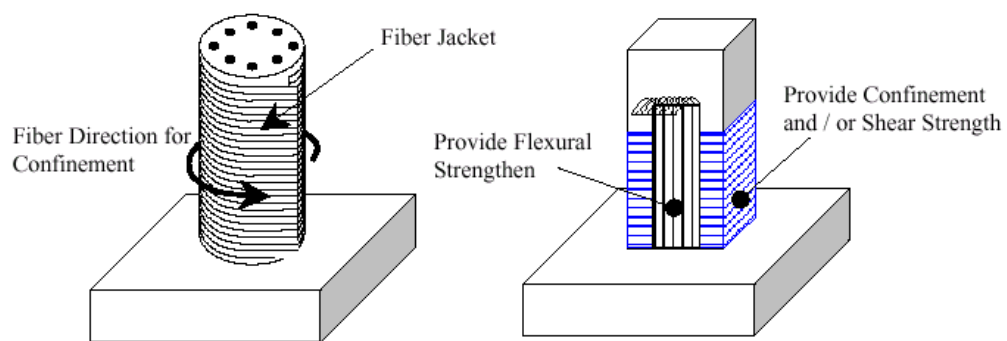
کامپوزیتها یک ماده موثر در کاربردهای پزشکی هستند و پلچرهای سبک وزن یک نمونه از آن می باشد. یک کاربرد مهم دیگر استفاده از کامپوزیتهای مدرن بعنوان جایگزینی برای مفصل باسن است، همانطوریکه پیشتر در مقدمه این فصل اشاره شد بدن انسان یک کامپوزیت الیافی است، بنابراین مکانیزم اجزای بدن بایستی الگوی مناسبی برای کامپوزیتها باشد.

۵- ارتش

کلاهیخود، جلیقه ضد گلوله، اتومبیل های مقاوم در برابر ضربه چند نمونه از کاربرد کامپوزیتها در ارتش هستند

۶- عمران

تاریخچه استفاده از کامپوزیتها در سازه هایی نظیر پلها و ساختمانها در مقایسه با کاربردهای دیگر این مواد جدیدتر می باشد. اما امروزه این مواد جای خود را در مهندسی عمران باز کرده اند: از کامپوزیتهای پلیمری برای ساخت عرشه پلها استفاده می گردد. پلیمر های مسلح با الیاف کربن برای پلهای کابلی مورد توجه می باشند. نمونه ای از کاربرد کامپوزیتها در پایه پلها در شکل (۴-۲) دیده می شود.



شکل ۲-۳: جهت نیروهای مقاوم برای یک لایه بر اساس محورهای لایه

تئوری کلاسیک صفحه لایه‌ای [۴] عموماً برای آنالیز میدان‌های تنش بکار می‌رود که تمرکز تنش‌های محلی را در نظر نمی‌گیرد. روشهای حل در این تئوری فقط تنش‌های درون صفحه را در هر لایه از کامپوزیت ارائه می‌دهد به این روش حل، روشهای آنالیز گسیختگی که بر اساس مفهوم گسیختگی لایه‌ای توسعه داده می‌شود ضمیمه میشوند

بررسی مواد مرکب تک لایه بستگی به چگونگی عملکرد تارهای آن لایه دارد. در این فصل توضیح مختصری راجع به قانون «هوک» (ارتباط تنش کرنش) و پارامترهای موثر در اجسام ایزوتروپ، ارتوتروپ و غیر ایزوتروپ داده میشود.

فرض الاستیسته بودن لایه، معادلات رفتاری را در شکل قانون هوک تعمیم یافته ارائه می‌دهد بنابراین اگر لایه بعنوان یک جسم سه بعدی مشخص شود، روابط تنش-کرنش به شکل زیر بیان میشود:

$$\sigma_{ij} = C_{ij} \epsilon_{ij} \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (1-3)$$

در این رابطه σ_i مولفه‌های تنش، C_{ij} مولفه‌های ماتریس سختی و ϵ_{ij} مولفه‌های کرنش می‌باشند همچنین ارتباط بیش کرنشها و تغییر مکانها عبارتند از:

$$\epsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_2 = \frac{\partial u}{\partial y} \quad \epsilon_3 = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2-3)$$

$$\gamma_{23} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad \gamma_{31} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad \gamma_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

در این روابط u و v و w تغییر مکانها در جهت x , y , z می‌باشند. ماتریس سختی C_{ij} دارای ۳۶ ضریب ثابت می‌باشد برای مشخص کردن این ثابتها نسبت به خصوصیات مواد با استفاده از انرژی کرنشی می‌توان این ثابتها را بدست آورد و ثابت میشود که C_{ij} متقارن بوده و لذا ثابت‌های ماتریس سختی به ۲۱ عدد تقلیل می‌یابد.

شکل ماتریسی رابطه تنش- کرنش در حالت کلی بصورت زیر می‌باشد

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{63} & c_{64} & c_{56} & c_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3-3)$$

شکل ماتریسی فوق برای مواد غیر ایزوتروپ بدون داشتن هیچ صفحه تقارن بوده و نسبت به آنکه جسم یک یا چند صفحه تقارن داشته باشد ضرائب ماتریس سختی را می‌توان ساده کرد.

حالت مونو کلینیک (یک صفحه تقارن و ۱۳ ضریب مستقل)

اگر خصوصیات ماده دارای یک صفحه تقارن باشد، ارتباط تنش- کرنش بصورت

زیر بیان میشود

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & c_{36} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{45} & c_{55} & 0 \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4-3)$$

در رابطه فوق صفحه تقارن در $Z=0$ می‌باشد.

حالت ارتوتروپیک (۳ صفحه تقارن عمود بر هم و ۹ ضریب مستقل):

اگر ماده نسبت به دو صفحه عمود بر هم دارای خصوصیات متقارن باشد، حتماً

نسبت به صفحه سوم هم متقارن خواهد بود. ارتباط تنش- کرنش بر اساس محورهای

اصلی یک جسم را می‌توان بصورت زیر بیان کرد:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (5-3)$$

این رابطه بیانگر خصوصیات یک جسم ارتوتروپ می‌باشد. تنش‌های نرمال

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ هیچ ارتباطی با کرنش‌های برشی $\gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}$ ندارند.

حالت ایزوتروپیک جانبی (یک صفحه ایزوتروپیک و پنج ضریب مستقل):

اگر فقط صفحه (۱-۲) صفحه ایزوتروپ باشد، در اینحالت ماتریس سختی به پنج

ضریب کاهش می‌یابد و صفحه را صفحه ایزوتروپ جانبی گویند. رابطه (۳-۶) بیانگر

اینحالت می‌باشد.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_1 \\ \sigma_1 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (c_{11} - c_{22})/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (6-3)$$

حالت ایزوتروپیک (بی‌نهایت صفحه تقارن و دو ضریب مستقل):

اگر تعداد صفحات تقارن به تعداد نامحدودی برسد، تعداد ضرایب غیر وابسته به دو عدد تقلیل می‌یابد و ماده ایزوتروپ کامل میشود. رابطه (۷-۳) اینحالت را نشان می‌دهد.

$$(۷-۳) \quad \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_1 \\ \sigma_1 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (c_{11} - c_{12})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (c_{11} - c_{12})/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (c_{11} - c_{22})/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}$$

ثابتهای مهندسی و ارتباط بین آنها

مدول الاستیسته و مدول برشی و ضریب پواسون ثابتهای شناخته شده می‌باشند. برای مواد ایزوتروپیک ارتباط مشخصی بین ضرایب ثابت الاستیک برقرار است. برای مثال ارتباط بین مدول برشی با مدول الاستیسته و ضریب پواسون را می‌توان بصورت زیر بیان کرد:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (۸-۳)$$

E و G همیشه مثبت بوده و محدوده ضریب پواسون برابر است با:

$$-1 < \nu < \frac{1}{2} \quad (۹-۳)$$

در مواد ارتوتروپیک ارتباط بین ثابت‌های الاستیک بسیار پیچیده است روابط زیر

برقرار می‌باشد

$$(1v_{23} v_{32}); (1v_{13}v_{31}); (1v_{12}v_{21}) \gg 0 \quad (۱۰-۳)$$

$$\frac{v_{ij}}{E_i} = \frac{v_{ji}}{E_j} \quad j, i = 1, 2, 3$$

v_{ij} عبارتست از نسبت کرنش محوری امتداد j به کرنش محوری امتداد i در حالتی که تنش محوری در امتداد i باشد.

پارامترهای مقاومت یک لایه ارتوتروپ

مشخصه‌های مقاومت یک لایه ارتوتروپ، بستگی به چگونگی ساخت لایه‌ها و خصوصیات سختی آنها دارد. برای یک لایه تحت تنش غشائی سه مقاومت اساسی در لایه با فرض برابر بودن مقاومت فشاری و کششی بصورت زیر تعریف میشوند:

X = مقاومت محوری یا طولی

Y = مقاومت عرضی

S = مقاومت برشی

شکل (۱-۳) جهت این مقاومتها را نشان می دهد.

اگر ماده مرکب دارای خصوصیات متفاوت در کشش و فشار باشد، پارامترهای مقاومت

بصورت زیر تعریف می شوند:

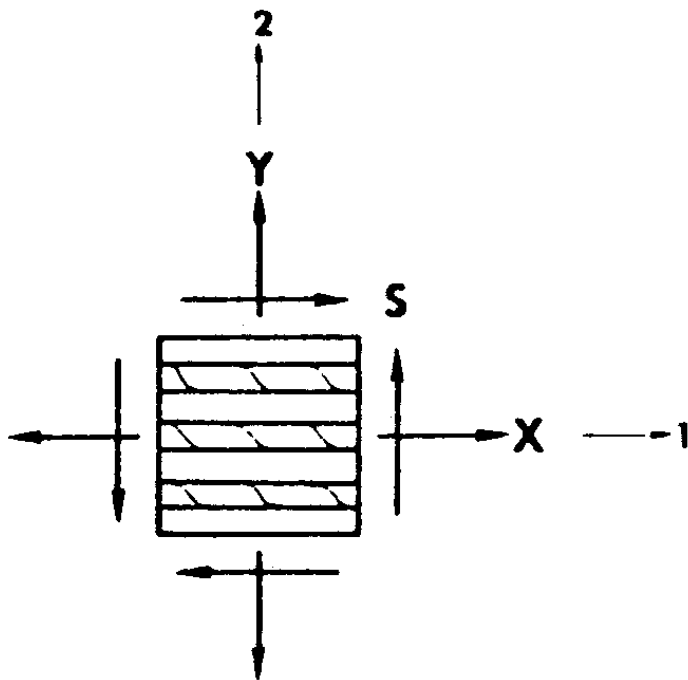
X_t = مقاومت محوری یا طولی در کشش

X_c = مقاومت محوری یا طولی در فشار

Y_t = مقاومت جانبی در کشش

Y_c = مقاومت جانبی در فشار

S = مقاومت برشی



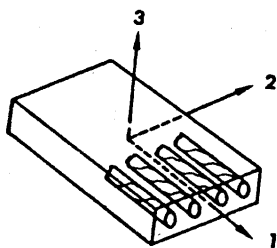
شکل ۱-۳: جهت نیروهای مقاوم برای یک لایه بر اساس محورهای لایه

ارتباط تنش کرنش مواد ارتوتروپیک بر اساس تنش‌های غشائی

برای لایه‌ای در صفحه (۱-۲) مطابق شکل (۳-۲) می‌توان شرایط تنش غشایی را

بصورت زیر بیان کرد:

$$\sigma_3 = 0 \quad \tau_{23} = 0 \quad \tau_{31} = 0 \quad (۱۱-۳)$$



شکل ۲-۳: لایه تقویت شده در یک جهت

ارتباط بین تنش و کرنش در رابطه (۳-۳) تا (۷-۳) برای مواد مختلف آمده است.

می‌توان ارتباط تنش - کرنش را برای مواد ارتوتروپ در صفحه ۱-۲ بصورت زیر نوشت:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (12-3)$$

که در این رابطه

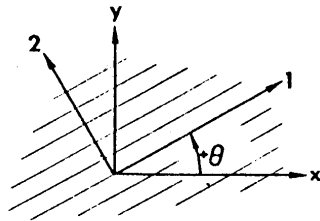
$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{21} \nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12} E_1}{1 - \nu_{21} \nu_{21}} = \frac{\nu_{21} E_1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (13-3)$$

ارتباط تنش کرنش برای لایه‌ای با جهت دلخواه

در بحث قبلی ارتباط تنش-کرنش برای لایه‌ای که جهت الیاف آن همان جهت اصلی می‌باشد، مورد بحث قرار گرفت. در عمل گاهی احتیاج به بررسی لایه‌هایی می‌باشد که جهات اصلی آن با جهت مبنا متفاوت باشد. برای بررسی یک صفحه که مختصات آن در صفحه (x,y) می‌باشد و جهات اصلی آن در صفحه (۱-۲)، ارتباط تنش‌ها در این دو صفحه بر اساس ماتریس انتقال بصورت زیر میسر می‌باشد:

(۳-۴)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}$$



شکل ۳-۳: جهت محورهای اصلی مواد نسبت به محورهای انتخابی

می توان ثابت کرد

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{Bmatrix}$$

در این رابطه مقدار \bar{Q}_{ij} بصورت زیر محاسبه می شود:

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11}\cos^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{12}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11}\sin^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta$$

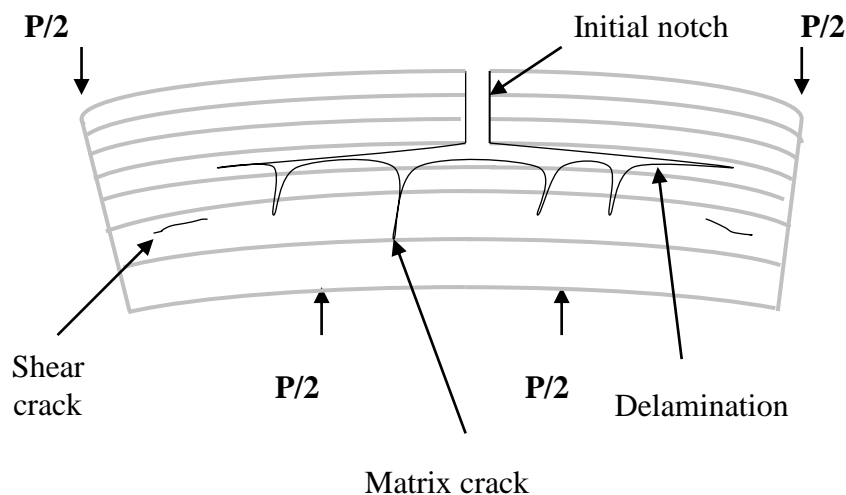
$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{66}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$$

۴-۱ اصول پلاستیسیته مربوط به شکست کامپوزیتها

واضح است که بار ضربه‌ای می‌تواند سبب آسیب‌های جدی در لایه‌های کامپوزیتی گردد. پدیده گسیختگی به‌مراه انتشار ترک مشکلاتی را در تمامی زمینه‌های کاربردی بویژه در صنعت هوافضا ایجاد می‌کند. بنابراین توسعه مدل‌های قابل استفاده برای تعیین رفتار گسیختگی پیش‌رونده اهمیت زیادی دارند. بررسی رفتار این مواد نسبت به بار ضربه‌ای شامل دو قسمت می‌باشد: مقاومت گسیختگی و تیرانس گسیختگی. در اولین سطح، مقاومت گسیختگی وضعیت خرابی را که در اثر یک حادثه بوجود می‌آید مورد بررسی قرار می‌دهد و دومین مطلب مربوط به تغییرات در عملکرد ساختمانی بواسطه گسیختگی بوجود آمده، می‌باشد جهت تخمین درست تیرانس گسیختگی یک سازه، لازم است که وضعیت گسیختگی به دقت تعیین شود. عموماً مودهای گسیختگی به سه دسته تقسیم می‌شوند: ترک ماتریکس، جداشدگی، شکست الیاف. بهر حال این توافق وجود دارد که گسیختگی اولیه در طی ضربه ترک ماتریکس است که شدیداً به مکانیزم‌های پیچیده با مود جداشدگی وابسته است. شکل (۴-۱) این مودهای گسیختگی را برای یک تیر خمشی با یک ترک اولیه شرح می‌دهد.



شکل ۴-۱: مودهای گسیختگی در یک تیر کامپوزیتی

این فصل اختصاص به اصول تئوری پلاستیسیته مربوط به گسیختگی مادی و جداسازی در کامپوزیتها دارد. ابتدا ادبیات فنی لازم مرور شده و سپس الگوریتم انتخابی توضیح داده می شود که در این مطالعه استفاده شده است.

۴-۲ Material Model

گسیختگی یک جزء ساختمانی را می توان بعنوان ناتوانی جزء در حمل بار تعریف نمود [۴] گسیختگی مواد مسلح با الیاف یک مقوله مهم و پیچیده است. آنالیز مقاومت چند لایه ها بر خلاف آنالیز تنش ها و کرنش ها در حال توسعه می باشد. نکات و بحث های زیادی پیرامون موضوع گسیختگی وجود دارد. جنس ماده ماتریکس در کامپوزیت ها ممکن است نرم باشد و در نتیجه وقتی در معرض تنش های بالا قرار می گیرد تسلیم می شود و این امر تکیه گاهی ضعیف برای الیاف ایجاد می کند. از طرف دیگر جنس ماده ماتریکس ممکن است شکننده باشد و در اثر افزایش تنش ها، ترکهای متعددی را بین و اطراف الیاف ایجاد کند. این ترکها به شدت در نحوه انتقال بار به الیاف و در نتیجه عملکرد سازه اثر می گذارند. از طرفی گسیختگی ممکن است بدلیل شکست الیاف یا جداسازی الیاف و جداسازی از ماتریکس باشد یا اینکه در حالت بار فشاری در جهت الیاف، الیاف ممکن است کمانش کرده و به مقدار زیادی تغییر شکل دهند. واضح است وقتیکه گسیختگی را مطالعه می کنیم باید مکانیزم های زیادی را در نظر بگیریم. در واقع گسیختگی اغلب ترکیبی از چند نوع از این مکانیزم ها می باشد کامپوزیت های ساختمانی معمولاً شامل چند لایه غیر ایزوتوپ هستند که به یکدیگر در امتدادهای مختلف

چسبیده‌اند. بر خلاف مواد ایزوتروپ مقاومت کامپوزیتها معمولاً به جهت بستگی دارد. در نتیجه آسان است که در یابیم چرا گسیختگی اجزاء مسلح با الیاف مقوله مشکلی است.

در مواد ایزوتروپ که خاصیت تسلیم شدن دارند، مانند فلزات نرم، عموماً یکی از دو معیار تسلیم برش ماکزیمم و یا وان میزس برای کنترل تسلیم شدن بکار برده میشود. اما کامپوزیت‌های الیافی، ایزوتروپ نیستند و بعلاوه مفهوم تسلیم شدن مشابه رفتار فلزات برای آنها صادق نمی‌باشد. لذا تئوری‌های گسیختگی که برای فلزات یا مواد ایزوتروپ دیگر بکار می‌رود، برای مواد کامپوزیتی قابل استفاده نیستند.

گسیختگی چند لایه از یک قطعه لایه‌ای الزاماً به مفهوم گسیختگی کل لایه نیست زیرا لایه‌های دیگر ممکن است مسیرهای دیگر بارگذاری را تحمل کنند. تئوری‌های مقاومت کامپوزیت که در اینجا بحث می‌شوند، بر اساس خصوصیات مادی تک لایه می‌باشد. از آنجا که پیشرفت‌های چشمگیری در این مورد (failure) صورت می‌گیرد، فعلاً معیار واحدی موجود نیست که بتواند گسیختگی را به دقت پیشگویی نماید و برای تمام سطح آنالیز، برای تمام وضعیتهای بارگذاری و همه نوع مواد مرکب قابل استفاده باشد. معیارهای گسیختگی عموماً پایه تجربی دارند و هدف آنها تعریف یک سطح گسیختگی است که کمترین داده‌های آزمایشگاهی استفاده کنند، شکل هندسی این معیارهای گسیختگی بوسیله عواملی از قبیل ملاحظات مادی و هندسی محدود می‌گردد: مثلاً سطح گسیختگی باید بسته باشد تا از مقاومت‌های نامحدود جلوگیری کند یا اینکه سطح گسیختگی بایستی محدب باشد تا باربرداری از یک وضعیت تنش منجر به گسیختگی‌های بیشتر نگردد.

بطور کلی سه نوع متفاوت از مدل‌های گسیختگی برای شرح انهدام و رفتار

شکست، تا کنون بکار برده شده‌است [۵]:

۱-مدل‌های میکرو مکانیکی Micromechanical Models

۲-مدل‌های درجه دوم Probabilistical Models

۳-مدل‌های فیزیکی Phenomenological Models

ویژگی‌های میکرو مکانیکی گسیختگی به قدری پیچیده‌اند که برای بررسی وضعیت

گسیختگی مناسب نیستند. در بحث‌های زیر مربوط به تئوری‌های گسیختگی

ماکروسکپی، فرض می‌کنیم مقاومت برشی در صفحه الیاف مستقل از علامت تنش برشی

در جهات مختلف اصلی ماده است.

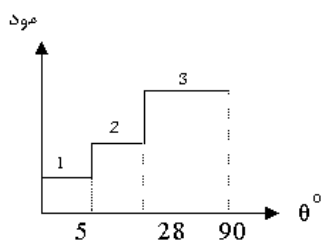
تئوری ماکزیمم تنش (۱۹۲۰)

طبق این معیار گسیختگی وقتی اتفاق می‌افتد که هر کدام از مولفه‌های تنش

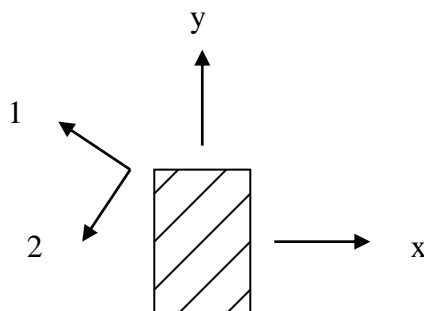
به مقدار نهایی شان برسند (مثلاً $X_C < \sigma_1 < X_T$) اگر این معیار برای نمونه مقابل (تنش

یک محوره و نمونه برون محور) بکار رود:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \theta & \frac{X_C}{\cos^2 \theta} < \sigma_x < \frac{X_T}{\cos^2 \theta} \\ \sigma_1 = \sigma_x \sin^2 \theta & \Rightarrow \frac{Y_C}{\sin^2 \theta} < \sigma_x < \frac{Y_T}{\sin^2 \theta} \\ \tau_{12} = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta & \left| \sigma_x \right| < \left| \frac{S}{-\sin \theta \cos \theta} \right| \end{cases} \quad (۴-۱)$$



گسیختگی = مود ۱ کششی الیاف
 گسیختگی = مود ۲ برشی
 گسیختگی = مود ۳ جانبی



شکل ۲-۴: محورهای محلی و اصلی برای یک نمونه برون محور

و گسیختگی در موردی که متناظر با کوچکترین مقدار σ_x است اتفاق

می‌افتد. در شکل زیر که برای یک ماده خاص رسم شده است دیده میشود که در این

معیار مود گسیختگی بطور ناپیوسته می‌کند.

معیار مود گسیختگی: ۱- اندرکنش بین مولفه‌های منظور نمی‌شود

۲- معیار برای جهت‌های اصلی ماده است (مقاومتها در جهات

اصلی اندازه‌گیری می‌شود)

۳- ناپیوستگی در تغییر مودهای گسیختگی وجود دارد.

۴- سه معادله مجزا دو بعدی باید چک شود

۵- در حالت خاص که ماده ایزوتروپ باشد باید تنش‌های اصلی

چك

گردد

از مزایای این معیار سادگی آن می‌باشد.

تئوری ماکزیمم کرنش ()

این تئوری تعمیمی از تئوری کرنش اصلی ماکزیمم بکار رفته در محیط‌های

ایزوتروپ می‌باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_1^c \langle \epsilon_1 \rangle \langle \epsilon_1^T \\ \epsilon_2^c \langle \epsilon_2 \rangle \langle \epsilon_2^T \\ \epsilon_3^c \langle \epsilon_3 \rangle \langle \epsilon_3^T \\ |\gamma_{12}| \langle \Gamma_{12} \\ |\gamma_{13}| \langle \Gamma_{13} \\ |\gamma_{23}| \langle \Gamma_{23} \end{array} \right. \quad (۲-۴)$$

این معیار در حالت الاستیک می‌تواند در جملاتی از تنش‌های اصلی مادی بیان

گردد. در حالت تنش مسطح داریم ($\sigma_3 = 0$)

$$\begin{aligned} \epsilon_1^c & \left\langle \frac{\sigma_1 - \nu_{12}\sigma_2}{E_1} \right\rangle \epsilon_1^T \\ \epsilon_2^c & \left\langle \frac{\sigma_1 - \nu_{21}\sigma_1}{E_2} \right\rangle \epsilon_1^T \end{aligned} \quad (3-4)$$

$$\left| \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \right\rangle \left| \Gamma_{12} \right|$$

و این روابط نشان می‌دهد که تئوری های تنش و کرنش ماکزیمم در وجود ضریب پواسون با هم اختلاف دارند. معایب این معیار مشابه تئوری ماکزیمم تنش اصلی میباشد.

معیارهای درجه دوم:

چندین معیار گسیختگی درجه دو در ادبیات فنی پیشنهاد گردیده است. معیارهای درجه دو بعلت داشتن پارامترهای بیشتر نسبت به معادله خطی، برای انطباق با داده‌های آزمایشگاهی مناسب‌تر می‌باشند. این معیارها عموماً بر اساس فیزیک مکانیزم گسیختگی بنا شده‌اند [۳]. ضمناً شاید چگالی انرژی کرنشی تفسیر فیزیکی معیارهای درجه دو باشد.

تئوری Hill (1950)

(4-4)

$$A(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + B(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + C(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 2D\tau_{12}^2 + 2E\tau_{23}^2 + 2F\tau_{13}^2 = 1$$

ضرائب معادله به کمک آزمایش‌های یک محوره تعیین می‌گردد [۱۳]

$$\left(\frac{\sigma_1}{x} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{y} \right)^2 - \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - \frac{1}{z^2} \right) \sigma_1 \sigma_2 + \left(\frac{\tau_{12}}{s} \right)^2 = 1 \quad (5-4)$$

محورهای ۱ و ۲ و ۳ در جهت‌های ارتوتروپی یا تقارن ماده می‌باشند.

این معیار در واقع تعمیم معیار وان میزس به حالت غیر ایزوتروپی است. در حالت ایزوتروپ جانبی معیار ساده تر می‌گردد و در حالت ایزوتروپ کامل به وان میزس تبدیل می‌گردد. در واقع همان معیار تسلیم پلاستیسیته برای مواد غیر همسان از نوع ارتوتروپ می‌باشد. تحت تغییر شکل‌های بزرگ، فلزات هم رفتار غیر ایزوتروپ پیدا می‌کنند. به این دلیل Hill معیار ارتوتروپ را ارائه نمود.

معایب معیار:

۱- پاسخ ماده در فشار و کشش یکسان است لذا اثر بوشینگر صرفنظر شده است.

۲- برای جهت‌های خاصی باید بکار رود.

۳- تنش‌های ایزوتروپ بی‌تاثیرند.

مزایا:

تعیین آسان ضرائب

اندرکنش تنش‌ها در معادله منظور شده‌اند.

تذکره: معیار به شکل (۴-۵) برای کامپوزیتها کاربرد ندارد ولی اساس بسیاری از معیارهای

دیگراست [۶].

تئوری Tsi-Hill (۱۹۶۵)

Tsi-Hill سعی کردند تئوری پلاستیسیته غیر ایزوتروپ Hill را برای مواد

غیر ایزوتروپ هم‌گن بکار برند.

$$\left(\frac{\sigma_1}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{s}\right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{x^2} = 1 \quad (۶-۴)$$

معیار (۶-۴) با فرض $y=z$ در (۴-۵) حاصل شده است.

تئوری Hoffman (۱۹۶۷)

Hoffman این تئوری را برای پیشگوئی گسیختگی در مواد ارتوتروپ پیشنهاد کرد [۶]. با افزودن جملات خطی به رابطه (۶) آنرا برای حالت کششی و فشاری اصلاح نمود. در این معیار برای حالت سه بعدی ۹ ضریب داریم که با آزمایش بدست می‌آیند و ضریب α_{12} را نمی‌توان به کمک آزمایش تعیین نمود که یک مقدار پیشنهادی، $\alpha_{12} = \frac{1}{2\alpha_{xx}}$ می‌باشد. که x, x' مقاومت‌های کششی و فشاری در جهت الیاف در تک لایه هستند.

ضمناً در حالت‌های خاص این معیار به معیارهای وان میزس و Tsi-Hill و دراگر-پراگر تبدیل می‌گردد.

سه بعدی

$$\begin{aligned}\Phi(\sigma) &= \alpha_{23}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + \alpha_{31}(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + \alpha_{12}(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 \\ &+ 3\alpha_{44}\tau_{23}^2 + 3\alpha_{55}\tau_{31}^2 + 3\alpha_{66}\tau_{23}^2 \\ &+ \alpha_{11}\sigma_{11} + \alpha_{22}\sigma_{22} + \alpha_{33}\sigma_{33} = 1\end{aligned}\quad (7-4)$$

دو بعدی

$$\begin{aligned}\Phi(\sigma) &= \alpha_{23}\sigma_{22}^2 + \alpha_{31}\sigma_{11}^2 + \alpha_{12}(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 \\ &+ 3\alpha_{66}\tau_{12}^2 \\ &+ \alpha_{11}\delta_{11} + \alpha_{22}\delta_{22} = 1\end{aligned}\quad (8-4)$$

برای محورهای ارتوتروپی صادق است.

مودهای گسیختگی مشخص نیست.

مشکل تعیین α_{12} (در حالت دو بعدی) وجود دارد.

از ضرائب حاصله در حالت سه بعدی برای حالت دو بعدی

نمی توان استفاده نمود. (ضرائب برای حالت دو بعدی و سه

بعدی بطور مستقل بدست می آیند.)

معایب معیار

تئوری Tsi-wu (۱۹۷۱)

معیارهای گسیختگی که بر اساس چند جمله‌ای‌های تانسور مقاومت بیان

می‌گردند سعی دارند از طریق ریاضی نقایص معیارهای درجه دوم را به کمک شکل

تانسور یشان از بین ببرند [۳]

$$f : (\sigma_i) = F_1 \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad \text{شرط گسیختگی} \quad (۹-۴)$$

$$f(\sigma_i) \geq 1$$

ثابت میشود که $f(\delta_i) = 1$ یک سطح بسته در فضای تنش است هر گاه

$$F_{ii} F_{jj} - F_{ij}^2 > 0 \quad (۱۰-۴)$$

F_{ij} و F_i مقادیر تانسور پارامترهای مقاومت می‌باشند (تانسورهای مرتبه ۲ و ۴)

در حالت دو بعدی

$$F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_{66} \tau_{12} + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 1 \quad (۱۱-۴)$$

که در این فرمول

$$F_1 = \frac{1}{X} - \frac{1}{X'}, \quad F_2 = \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}, \quad F_6 = \frac{1}{S} - \frac{1}{S'} \quad (۱۲-۴)$$

$$F_{11} = \frac{1}{XX'}, \quad F_{11} = \frac{1}{YY'}, \quad F_{66} = \frac{1}{SS'}$$

S, Y, X و S', Y', X' بترتیب مقاومتهای طولی، جانبی، برشی در کشش و فشار هستند.

برای تعیین ضریب F_{12} نیاز به یک آزمایش دو محوره می‌باشد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{مشکل تعیین } F_{12} \\ \text{تعداد ضرائب در حالت سه بعدی زیاد است} \\ \text{مودهای گسیختگی را مشخص نمی‌سازد.} \end{array} \right\} \text{معایب}$$

Pipe & Rod (۱۹۷۳) با داده‌های آزمایشگاهی نشان داده‌اند [۷] که مقدار F_{12} برای امتدادهای 60° و 45° و 30° و 15° تفاوت قابل ملاحظه‌ای داشته بطوریکه نسبت ماکزیمم F_{12} به مینیمم F_{12} برابر با (-5) ! بوده است. ضمناً F_{12} را به روشهای مختلف می‌توان تعیین نمود و الزامی وجود ندارد که جوابهای حاصله همگی برابر و حتی نزدیک بهم باشند.

یک مثال نقص برای Tsi-wu

فرض کنیم F_{12} تعیین شده است و می‌خواهیم رابطه (۴-۱۱) را بکار ببریم.

حالت تنش مقابل را در نظر می‌گیریم (α عدد دلخواه)

$$\begin{cases} \delta_{11} = \delta \\ \delta_{22} = \alpha\delta \\ \delta_{12} = 0 \end{cases}$$

با جایگذاری این حالت تنش در (۴-۱۱) یک معادله درجه دو بر حسب σ حاصل می‌گردد که ضرائب این معادله به X, X' (مقاومت‌های فشاری و کششی) بستگی دارد و این یعنی اینکه گسیختگی تحت کشش دو محوره به مقادیر تنش گسیختگی فشاری بستگی دارد و این به لحاظ فیزیکی قابل قبول نیست.

تئوری Whit worth (۱۹۹۱)

این معیار گسیختگی از مفهوم چگالی انرژی کرنشی استفاده نموده است در این معیار خصوصیات الاستیک ماده هم دخالت داده شده‌اند. طبق این معیار بروز ترک در یک نقطه وقتی حادث می‌گردد که چگالی انرژی کل جسم به یک مقدار بحرانی برسد [۸].

در حالت دو بعدی

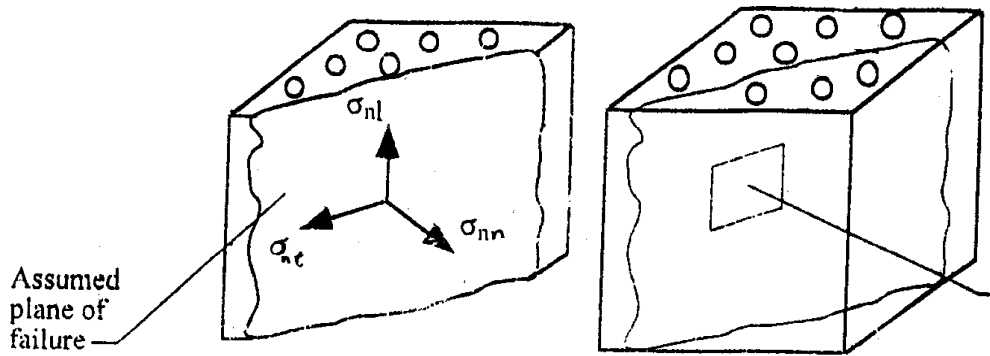
$$\frac{\sigma_1^2}{X_1} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} - \sigma_1\sigma_2 \left(\frac{v_{12}}{X^2} + \frac{v_{21}}{Y^2} \right) = 1 \quad (۴-۱۳)$$

معیار Hashin

اشکالات موجود در معیارهای قبلی سبب گردید یک معیار گسیختگی برای کامپوزیتها به شکل توابع تکه تکه هموار، ارائه گردد که هر شاخه هموار یک مود گسیختگی مجزا را ارائه کند تشخیص مود گسیختگی یک شرط لازم است اگر معیار برای آنالیز گسیختگی پیشرونده با یک برنامه اجزای محدود بکار می رود یک چنین روش عددی، با یک آنالیز تنش اجزای محدود شروع میشود وقتی تنش در یک المان معیار گسیختگی را ارضا کند، المان گسیخته می گردد. برای ادامه آنالیز لازم است بدانیم که المانها چگونه گسیخته شده اند: گسیختگی الیاف، ترک ماتریکس، یا جداسازی لایه مجاور. با داشتن این اطلاعات این امکان فراهم می شود که یک شکل تازه اجزای محدود با تغییرات مناسب در سختی آنالیز را پیش ببریم اما کاملاً واضح است که این روش به کمک یک معیاری که گسیختگی را پیشگوئی کند ولی مود گسیختگی را مشخص سازد امکان ندارد.

۳-۴ توضیح معیار Hashin

می دانیم کامپوزیتهای الیافی خاصیت ایزوتروپ جانبی نسبت به صفحه عمود بر الیاف دارا می باشند چون الیاف بطور تصادفی قرار داده شده اند. حال یک چنین نمونه استوانه ای را در نظر می گیریم و سیستم دستگاه مختصات به شرح: X_1 در جهت الیاف، X_2 X_3 در جهت های جانبی، را در نظر می گیریم. معیار گسیختگی باید تابعی از «تغییر ناپذیرهای تنش ناشی از دوران حول محور X_1 » باشد.



شکل ۴-۴: مودهای گسیختگی و صفحات گسیختگی

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \sigma_{11} \\
 I_2 &= \sigma_{22} + \sigma_{33} \\
 I_3 &= \sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33} \\
 &= \frac{1}{4}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + \sigma_{23}^2 \quad (14-4) \\
 I_4 &= \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 \\
 I_5 &= 2\sigma_{12}\sigma_{23}\sigma_{13} - \sigma_{22}\sigma_{13}^2 - \sigma_{33}\sigma_{12}^2
 \end{aligned}$$

معيار مورد نظر درجه دوم می‌باشد لذا I_5 حذف می‌گردد. لذا کلی‌ترین شکل

«برای تقریب درجه دوم ایزوتروپ جانبی» عبارتست از:

$$A_1 I_1 + B_1 I_1^2 + A_2 I_2 + B_2 I_2^2 + C_{12} I_1 I_2 + A_3 I_3 + A_4 I_4 = 0 \quad (15-4)$$

اگر فقط برشی جانبی σ_{23} وارد شود: $A_3 = \frac{1}{\tau_T^2}$

اگر فقط برش محوری $(\sigma_{13}, \sigma_{12})$ وارد شود: $A_4 = \frac{1}{\tau_A^2}$

مشاهده گسیختگی در کامپوزیتها نشان می‌دهد که دو مود گسیختگی اولیه وجود دارد:

۱- مود الیاف (گسیختگی کششی و کمانش)

۲- مود ماتریکس (یک ترک صفحه‌ای موازی الیاف رخ دهد)

حال اگر اینطور استدلال کنیم که صفحه گسیختگی در اثر تنشهای برشی و قائم روی آن بوجود

می‌آید:

- برای مود الیاف، صفحه گسیختگی تقریباً صفحه X_2X_3 می باشد، لذا تنش‌ها عبارتند از: $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{13}$ استدلال متضاد دیگر می گوید که تنش‌های ایزوتروپ جانبی $\sigma_{22} = \sigma_{33} = -\sigma$ از کمانش الیاف ناشی از σ_{11} جلوگیری می کنند لذا باید رابطه‌ای بین تنش‌ها موجود باشد بهر حال آنالیزی که توسط Rosen انجام شد، بیان می کند که الیاف تحت فشار محوری در مود برشی کمانه می کند (مستقل از تنش جانبی). بر این اساس چنین رابطه‌ای صرفنظر می گردد. [۷].

- مود ماتریکس شکست صفحه‌ای در جهت الیاف می باشد [شکل (۴-۴)]. تنش‌ها روی این صفحه عبارتند از

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{nt} \\ \sigma_{nm} \end{array} \right\} \text{ بر حسب } \sigma_{23}, \sigma_{33}, \sigma_{22} \text{ بیان می گردند.}$$

$$\sigma_{nl} \text{ بر حسب } \sigma_{12}, \sigma_{13} \text{ بیان می گردند.}$$

لذا σ_{11} در این مود وارد نمی گردد.

اگر بحث‌های قبلی در تقریب درجه دوم (۶) وارد گردد معیارهای گسیختگی

برای این دو مود عبارتست از:

مود الیاف (تنش جانبی نداریم)

$$A_f \sigma_{11} + B_f \sigma_{11}^2 + \frac{1}{\tau_A} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \quad (۱۶-۴)$$

مود ماتریکس (σ_{11} نداریم)

$$A_m (\sigma_{22} + \sigma_{33}) + B_m (\sigma_{22} + \sigma_{33})^2 + \frac{1}{\tau_T} (\sigma_{23}^2 - \sigma_{22} \sigma_{33}) + \frac{1}{\tau_A} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \quad (۱۷-۴)$$

مکانیزم‌ها و تنش‌های گسیختگی برای فشار و کشش کاملاً متفاوت هستند لذا هر مواد اولیه به دو

مود کششی و فشاری تقسیم می گردد.

مود الیاف

۱- مود کششی $\sigma_{11} > 0$

دو آزمایش برای تعیین A_f, B_f لازم است (مثلاً کشش محوری و آزمایش دو محوره کشش و پیچش). انتظار داریم σ_{11}, σ_{12} بطور معکوس با هم رابطه داشته باشند. یک تقریب ساده به شکل مقابل است (به آزمایش دو محوره نیاز نیست)

$$\begin{cases} A_f = 0 \\ \left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_A^t} \right)^2 + \frac{1}{\tau_A^2} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \end{cases} \quad (18-4)$$

تقریب دیگر به شکل زیر است (اثر برش را در نظر نمی‌گیرد)

$$\sigma_{11} = \sigma_A^+ \quad (19-4)$$

۲- مود فشاری $\sigma_{11} < 0$

تنها اطلاعات لازم در اینجا $\sigma_{11}^u = -\sigma_A^-$ می‌باشد. لذا یک معیار کم داریم. اثر تنش برشی محوری روی مقاومت فشاری در جهت الیاف دقیقاً مشخص نمی‌باشد. لذا معیار گسیختگی در شکل ساده ماکزیمم تنش ارائه می‌گردد.

$$\sigma_{11} = -\sigma_A^- \quad (20-4)$$

مود ماتریکس

مدل کردن مود ماتریکس پیچیده‌تر است زیرا صفحه گسیختگی به لحاظ تئوری مشخص نیست. یک راه ممکن استفاده از فرمول زیر برای حالت کشش می‌باشد. در حالت $\sigma_{11} < 0$ معیار فرق می‌کند.

$$\begin{cases} F(\sigma_{mn}, \sigma_{nt}, \sigma_{n1}) = \left(\frac{\sigma_{mn}}{\sigma_T^+}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{nt}}{\tau_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{nt}}{\tau_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{nl}}{\tau_A}\right)^2 = 1 & (21-4) \\ \sigma_{mn} = 0 \end{cases}$$

اگر $(x_2, n) = \theta$ ، تابع F به شکل زیر تبدیل می‌گردد

$$g(\sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \theta) = 1 \quad (22-4)$$

مقدار θ_0 که g را ماکزیمم کند صفحه گسیختگی می‌باشد اما:

برای حالت ساده (21-4) هم تعیین θ_0 پیچیده است.

بعلاوه معیار (22-4) الزاماً درجه دو نیست.

از طرفی معیار (21-4) در معرض همان اشکال مود الیاف یعنی حضور ترم خطی σ_{11}

می‌باشد. ضمناً حالت فشاری هم که به میان آید مشکلات دو چندان می‌شود. لذا روش فوق دنبال

نمی‌گردد و همان معیار مود ماتریکس (17-4) ادامه داده میشود.

۱- مود کششی $\sigma_{mn} > 0$

برای تعیین ضرائب در معادله (17-4) داریم:

$$\begin{cases} A_m^+ = 0 \\ \sigma_{22}^u = \sigma_T^+ \quad B_B^+ = \frac{1}{\sigma_T^{+2}} \end{cases} \quad (10) \quad \text{مشابه دلایل بکار رفته در معادله (10)}$$

در نتیجه

$$\frac{1}{\sigma_T^{+2}} (\sigma_{22} + \sigma_{33})^2 + \frac{1}{\tau_T^2} (\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{1}{\tau_A^2} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \quad (24-4)$$

۲- مود فشاری $\sigma_{mn} < 0$

برای تعیین ضرائب در معادله

$$\sigma_{22}^u = -\sigma_T^- \quad (17-4)$$

در حالت $\sigma_{22} = \sigma_{33} = -\sigma$ وقتی گسیختگی روی می‌دهد که $\sigma_T^- \gg \sigma$ لذا در

تعیین ضرائب ترم‌های مرتبه اول $\frac{\sigma_T^-}{\sigma}$ منظور نمی‌گردد

در نهایت معادله به شکل زیر نوشته میشود

$$(25-4)$$

$$\frac{1}{\sigma_T^-} \left[\left(\frac{\sigma_T^-}{2\tau_T} \right)^2 - 1 \right] (\sigma_{22} + \sigma_{33}) + \frac{1}{4\tau_T^2} (\sigma_{22} + \sigma_{33})^2 + \frac{1}{\tau_T^2} (\sigma_{23} - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{1}{\tau_A^2} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1$$

تشخیص علامت σ_m برای مود ماتریکس و تعیین θ

به منظور مشخص کردن استفاده از (۲۴-۴) یا (۲۵-۴) لازم است علامت σ_m

روی صفحه گسیختگی مشخص باشد برای اینکار نیاز به تشخیص صفحه گسیختگی

می‌باشد که یک روش آن قبلاً توضیح داده شد که این روش هم پیچیده می‌باشد و هم

ناسازگار با تقریب درجه دوم. در اینجا یک روش دیگر ارائه می‌گردد.

برای سادگی محورها را منطبق بر تنش‌های اصلی در صفحه ۲ و ۳ در نظر

می‌گیریم و معیار گسیختگی را بر حسب $\sigma_2, \sigma_3, \tau_n = \sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}$ بیان می‌کنیم:

$$\begin{cases} A_m^+ (\sigma_2 + \sigma_3) + B_m^+ (\sigma_2 + \sigma_3)^2 & \frac{\sigma_2 \sigma_3}{\tau_n^2} + \frac{\tau_n^2}{\tau_A^2} = 1 \\ A_m (\sigma_2 + \sigma_3) + B_m (\sigma_2 + \sigma_3)^2 & \frac{\sigma_2 \sigma_3}{\tau_n^2} + \frac{\tau_n^2}{\tau_A^2} = 1 \end{cases} \quad (26-4)$$

$$\sigma_n = \sigma_2 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta$$

اگر $\sigma_2, \sigma_3 \geq 0$ در اینصورت $\sigma_n > 0$ و باید مواد کششی بکار رود

اگر $\sigma_2, \sigma_3 \leq 0$ در اینصورت $\sigma_n < 0$ و باید مود فشاری بکار رود.

معادلات ۲.۱ باید سطوح تکه تکه صاف را تشکیل دهند. لذا محل تلاقی این

دو معادله عبارتست از:

$$\begin{aligned}\sigma_2 + \sigma_3 &= 0 \\ \sigma_2 + \sigma_3 &= -\frac{A_m^+ - A_m^-}{B_m^+ - B_m^-} \quad (27-4)\end{aligned}$$

بعلت بسته بودن و هموار بودن سطوح گسیختگی، ناحیه‌های کششی و فشاری

را به ناحیه بالای یکی از خطوط و پائین آن در نظر می‌گیریم که معادله (b) ۲۲ را

نمی‌توانیم انتخاب کنیم چون با شرط (۲۰) تناقض می‌یابد لذا

$$\sigma_2 + \sigma_3 \geq 0 \Rightarrow (21a) \text{ مود کششی} \quad (28-4)$$

$$\sigma_2 + \sigma_3 \leq 0 \Rightarrow (21b) \text{ مود فشاری}$$

حال شرط زیر وقتی درست است که $\theta = \pm 45^\circ$ و از این نتیجه گرفته شده که

صفحه گسیختگی همواره راستای 45° با محورهای اصلی ۲ و ۳ می‌سازد.

$$\sigma_2, \sigma_3 \geq 0 \Leftrightarrow \sigma_2 + \sigma_3 \geq 0 \quad (29-4)$$

یعنی ارائه درجه دوم دلالت بر این دارد که گسیختگی همیشه روی صفحه

برش جانبی ماکزیمم اتفاق می‌افتد و این همواره قابل قبول نیست یک مثال نقص برای

این موضوع حالت تنش «برش محوری» می‌باشد که صفحه گسیختگی احتمالاً با جهت

برشی محوری ماکزیمم تعیین می‌گردد.

بهر حال این اشکال یک نتیجه مستقیم از تقریب درجه دوم است. تقریبات

مرتبه بالا ضرایب بیشتری دارند و برای انطباق با عوامل فیزیکی انعطاف بیشتری دارند

ولی اینها به آزمایشات پیچیده و پر هزینه ترکیب تنشها نیاز دارند. ضمناً فقط می‌توان ا

میدوار بود که با وجود این کمبودهای فیزیکی این تقریب درجه دوم بقدر کافی دقیق

باشد.

خلاصه معیار گسیختگی

۱- حالت سه بعدی

مود کششی الیاف $\sigma_{11} > 0$

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_A^+}\right)^2 + \frac{1}{\tau_A^2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \quad (30-4)$$

یا

$$\sigma_{11} = \sigma_A^+ \quad (31-4)$$

مود فشاری الیاف $\sigma_{11} < 0$

$$\sigma_{11} = -\sigma_A^- \quad (32-4)$$

مود کششی ماتریکس $\sigma_{22} + \sigma_{33} > 0$

$$\frac{1}{\sigma_T^+}(\sigma_{22} + \sigma_{33}) + \frac{1}{\tau_T^+}(\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{1}{\tau_A^2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \quad (33-4)$$

مود فشاری ماتریکس

$$\frac{1}{\sigma_T^-} \left[\left(\frac{\sigma_T^-}{2\tau_T} \right)^2 - 1 \right] (\sigma_{22} + \sigma_{33}) + \frac{1}{4\tau_T^2} (\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{1}{\tau_A^2} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \quad (34-4)$$

۲- حالت دو بعدی

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_A^+}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{\tau_A}\right)^2 = 1 \quad (35-4) \quad \text{مود کششی الیاف } \sigma_{11} > 0$$

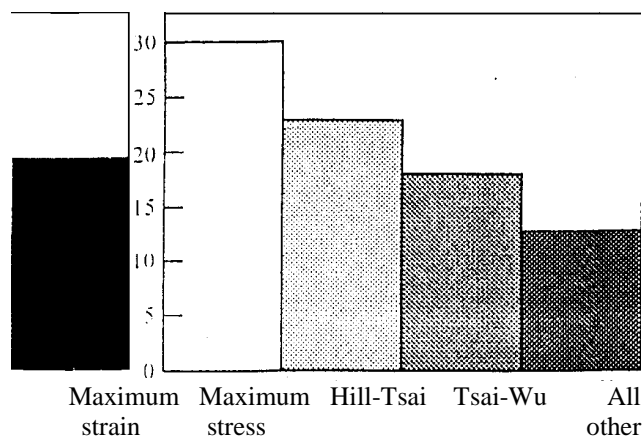
$$\sigma_{11} = -\sigma_A^- \quad (36-4) \quad \text{مود فشاری الیاف } \sigma_{11} < 0$$

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{\sigma_T^+}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{\tau_A}\right)^2 = 1 \quad (37-4) \quad \text{مود کششی ماتریکس } \sigma_{22} > 0$$

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{2\tau_T}\right)^2 + \left[\left(\frac{\sigma_T^-}{2\tau_T}\right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22}}{\sigma_T^-} + \left(\frac{\sigma_{12}}{\tau_A}\right)^2 = 1 \quad (38-4) \quad \text{مود فشاری ماتریکس } \sigma_{22} < 0$$

همانطوریکه دیده شد تنش برشی جانبی نهایی (τ_T) که در این معیار ظاهر شده است، اندازه‌گیری آن مشکل است. بهر حال هیچ معیار دیگری هم نمی‌تواند از این مقدار اجتناب کند

ضریب F_{12} در معیار حاضر، وجود ندارد اما این بدلیل حضور دو مود گسیختگی متفاوت می‌باشد: مواد الیاف که مستقل از σ_{22} است و مود ماتریکس که مستقل از σ_{11} است.



شکل ۴-۵ : میزان بکار گیری معیارهای متفاوت گسیختگی

اطلاعات موجود در شکل (۴-۵) نتیجه یک نظر سنجی در زمینه استفاده از معیارهای گسیختگی برای کامپوزیتهاست [۹] طبق این اطلاعات حدود ۷۰ درصد طراحان کامپوزیت در حال حاضر از معیارهای Tsi استفاده نمی‌کنند. استفاده کمتر از معیار Hashin - که جزء "other" می‌باشد - ممکن است سؤال برانگیز باشد دلیل این امر عدم توجه به کتب و مقالاتی است که به این نوع معیار می‌پردازند. در صورتیکه اگر

مقالات مربوط به کامپوزیتها مرور شود عمده تحقیقات بر اساس معیار Hashin می باشد

[۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۶ و ۱۹ و ۲۲ و ۲۶]

۴-۴ معیار جدا شدگی

مشابه تئوری های مقاومت لایه آغاز جدا شدگی را نیز می توان به کمک تئوری

پلاستیسیته پیش بینی شود در واقع یک مدل مادی برای لایه چسبنده نازک می باشد.

کاربرد آنالیز جدا شدگی به کمک روش المان مجزا/ محدود در بخش ۶ بحث

شده است. لایه های میانی بر اساس معیار جدا شدگی کنترل میشوند. اولین مرتبه که دو

لایه جدا شدند لایه میانی متناظر هنوز قابلیت اندرکنش اصطکاکی و تماسی بیشتر را

داراست. نیروهای منتج روی سطوح تماس نقش مهمی در حالت تنش لایه میانی بازی

می کنند که بر اساس معیار جدا شدگی کنترل میشود. محاسبات تماسی برای همه

زوجهای تماسی (Contact node & target & Segment/Face) حالت تنش بین

لایه ای را در سطح لایه میانی محاسبه می کنند. بنابراین حالت تنش محاسبه شده به

کمک یک مدل گسیختگی به شکل پلاستیسیته کنترل می گردد تا ورود ترکهای بین

لایه ای را تخمین بزنند. معیارهای مختلفی برای کنترل جدا شدگی بین لایه ها پیشنهاد

شده اند که می توان در مرجع [۳۲] مشاهده نمود.

در این پایان نامه از معیار Chang-Springer استفاده گردیده است که

فرمولاسیون دو بعدی آن بصورت زیر می باشد:

$$\left(\frac{\sigma_{yy}}{Y} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{xy}}{S} \right)^2 = d^2 \quad \text{و} \quad \left\{ \begin{array}{l} d < 1 \quad \text{بدون گسیختگی} \\ d \geq 1 \quad \text{گسیختگی} \end{array} \right.$$

که S, Y بترتیب مقاومت‌های قائم و مماسی ماده چسبنده می‌باشد.

۴-۵ توزیع تنش‌ها در ناحیه پلاستیک

پاسخ ماده بعد از رسیدن به سطح تسلیم اولیه بوسیله مشخص کردن یک سطح تسلیم جدید به نام «سطح تسلیم مجدد» (Subsequent yield surface) شرح داده می‌شود و قانونی که این پاسخ بعد از تسلیم را مشخص می‌کند قانون سخت شوندگی نامیده می‌شود سطح بارگذاری عموماً به شکل زیر بیان می‌شود

$$F(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}^p, K) = 0 \quad (40-4)$$

در این رابطه k (پارامتر سخت شوندگی) و ϵ_{ij}^p (کرنش پلاستیک) متغیرهای پنهان هستند. تعیین سطح بارگذاری مجدد یکی از مسائل اساسی در تئوری سخت شوندگی پلاستیسیته می‌باشد.

تابع F را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$F(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}^p, k) = f(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}^p) - k^2(\epsilon_p) \quad (41-4)$$

در این رابطه f شکل سطح تسلیم را تعریف می‌کند (k^2 material model) اندازه سطح تسلیم را نشان می‌دهد و ϵ_p کرنش موثر می‌باشد و مقدار آن بستگی به تاریخچه بارگذاری یا مسیر کرنش پلاستیک دارد [۱۳].

با مقدمه‌ای که در بالا بیان گردید در ادامه نحوه بهنگام نمودن تنش (update stress) به کمک روش بازگشتی اولر (Euler) شرح داده میشود.

به کمک اجزای محدود تنش‌ها در یک نقطه محاسبه می‌شوند به کمک معیار تسلیم کنترل می‌گردد که نقطه به حالت تسلیم رسیده است یا خیر. اگر تسلیم حاکم

باشد دیگر قانون اجزای محدود که برای محاسبه تنش بکار گرفته شده بود صحیح نیست

و بایستی تنش ها بهنگام (update) شوند

$$F(\boldsymbol{\sigma}, k) = f(\boldsymbol{\sigma}) - \bar{\boldsymbol{\sigma}}^2(k) \quad (42-4)$$

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{P}_\alpha$$

که بترتیب ماتریس ضرایب ثابت و بردار تنش می‌باشند اولین شکل

محاسبه $H = \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial k}$ که پارامترهای لازم می‌باشند و در واقع تعیین سطح بارگذاری مجدد

که یکی از مسائل اساسی در تئوری سخت شوندگی پلاستیستیه است.

در حالت دو بعدی ماتریس \mathbf{P} ، 4×4 و \mathbf{p} ، 1×4 می‌نویسیم و بعنوان مثال تابع

F را برای معیار هافمن به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$(43-4)$$

$$F = \frac{1}{2} (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}, \sigma_{33}) \begin{bmatrix} 2(\alpha_{12} + \alpha_{13}) & -2\alpha_{12} & -2\alpha_{15} & 0 \\ -2\alpha_{12} & 2(\alpha_{23} + \alpha_{12}) & -2\alpha_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 6\alpha_{66} & 0 \\ -2\alpha_{31} & -2\alpha_{23} & 2(\alpha_{15} + \alpha_{25}) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{33} \end{Bmatrix}$$

$$+ (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{12} + \sigma_{33}) \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{11} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \bar{\boldsymbol{\sigma}}^2$$

یک وضعیت تنش و کرنش را در نظر می‌گیریم (گام ۱ تا ام) بعد از یک گام زمانی

می‌خواهیم بینیم تنش‌ها و کرنش‌ها چقدر می‌باشند (گام ام) (روش اولر) (با روش

نزدیکترین نقطه تصویر) را برای بکارگیری قانون جریان در یک گام زمانی اجزای

محدود بکار می‌بریم که با طرح تکرار نیوتن رافسون وابسته است [۱۴]

$$\Delta \epsilon_i = \Delta \epsilon_i^e + \Delta \epsilon_j^p \quad (44-4)$$

با بکارگیری قانون هوک تعمیم یافته و قانون جریان وابسته

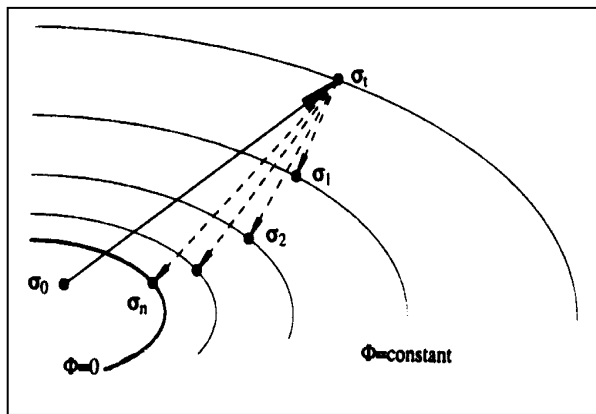
$$\Delta \epsilon_i = \mathbf{D}^{-1} \Delta \sigma + \Delta \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (45-4)$$

با ضرب طرفین رابطه در \mathbf{D} :

$$\Delta \sigma = \mathbf{D} \Delta \epsilon - \Delta \lambda \mathbf{D} \mathbf{a} \quad (46-4)$$

که $\mathbf{a} = \frac{\partial F}{\partial \sigma}$ می باشد و از طرفی داریم:

$$\Delta \sigma = \sigma_j - \sigma_{i-1} \quad (47-4)$$



شکل ۴-۶: بهنگام نمودن تنش ها

با جایگذاری رابطه (۴۶-۴) در (۴۷-۴)

$$\sigma_j - \sigma_{i-1} = \mathbf{D} \Delta \epsilon_j - \Delta \lambda_j \mathbf{D} (\mathbf{P} \sigma^j + \mathbf{p}) \quad (48-4)$$

بعد از ساده سازی رابطه فوق

$$\sigma_i = (\mathbf{I} + \Delta \lambda_j \mathbf{D} \mathbf{P})^{-1} (\sigma^{\text{trial}} - \Delta \lambda_j \mathbf{D} \mathbf{p}) \quad (49-4)$$

که در این رابطه \mathbf{I} ماتریس همانی و (۵۰-۴) $\sigma^{\text{trial}} = \sigma_i + \mathbf{D} \Delta \epsilon_i$ می باشند.

در روش اولر وضعیت تسلیم در لحظه t_j تحمیل می‌گردد که منجر به معادله غیر خطی زیر می‌گردد (مقدار $\Delta\lambda$ بنحوی محاسبه می‌شود که σ_j روی سطح تسلیم واقع باشد). با جایگذاری (۴-۴۹) در (۴-۴۲) به معادله زیر می‌رسیم.

$$F(\sigma_j, k) = 0 \Rightarrow F(\Delta\lambda_j) = 0 \quad (۵۱-۴)$$

حل معادله (۵۱-۴) به کمک روش تکرار نیوتن رافسون انجام می‌شود.

$$\Delta\lambda_j^{k+1} = \Delta\lambda_j^k - \frac{F(\Delta\lambda_j)}{\frac{\partial F}{\partial(\Delta\lambda_j)}} \quad (۵۲-۴)$$

محاسبه $\frac{\partial F}{\partial\Delta\lambda_j}$:

$$\frac{\partial F}{\partial\Delta\lambda_j} = \frac{\partial F}{\partial\sigma} \times \frac{\partial\sigma}{\partial\Delta\lambda_j} + \frac{\partial F}{\partial k} \times \frac{\partial k}{\partial\Delta\lambda_j} \quad (۵۳-۴)$$

$$\frac{\partial F}{\partial\sigma} = \mathbf{a}^T \quad (۵۴-۴)$$

به کمک معادله (۴-۴۹)

$$\frac{\partial\sigma}{\partial\Delta\lambda} = -[\mathbf{I} + \Delta\lambda_j \mathbf{DP}]^{-1} \mathbf{Da} \quad (۵۵-۴)$$

(۵۶-۴)

$$\frac{\partial F}{\partial k} \times \frac{\partial k}{\partial\Delta\lambda_j} = -2\bar{\sigma} \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial k} \times \frac{\partial k}{\partial\Delta\lambda_j} = -2\bar{\sigma} H \times \sqrt{\frac{2}{3}} \left[A + \frac{\Delta\lambda_j}{A} \mathbf{aP} \frac{\partial\sigma}{\partial\Delta\lambda_j} \right]$$

به‌طور خلاصه می‌توان گفت در الگوریتم بیان شده دو معادله زیر به شکل

همزمان حل می‌گردد تا σ_i محاسبه گردد (با فرض رفتار الاستیک حل مساله را پیش

برده و زمانی که به تناقض رسیدیم رفتار پلاستیک بکار گرفته می‌شود که البته

می‌توانستیم بر عکس هم عمل کنیم).

$$\sigma_i = (\mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{DP})^{-1} (\sigma^{\text{trial}} - \Delta\lambda \mathbf{Dp}) \quad (57-4)$$

از قانون جریان وابسته و قانون هوک بدست آمده است

فرض میشود σ_i روی سطح تسلیم واقع باشد (فرضی که منجر به محاسبه

$\Delta\lambda$ می‌گردد)

$$F(\sigma_i, k) = F(\Delta\lambda) = 0 \quad (58-4)$$

Consistent tangent operator

اگر بخواهیم با روش implicit مسأله را حل نمائیم، به روش زیر عمل

می‌کنیم:

از رابطه (48-4) نسبت به زمان (t) مشتق می‌گیریم:

$$\dot{\sigma}_j = \mathbf{D}_j \dot{\lambda} \mathbf{DP} \sigma_j^j + \Delta\lambda_j \mathbf{DP} \dot{\sigma}_j^j + \dot{\lambda}_j \mathbf{DP} \quad (59-4)$$

با انجام عملیاتی ساده

$$(\mathbf{I} + \Delta\lambda_j \mathbf{DP}) \dot{\sigma}_j = \mathbf{D} \dot{\epsilon}_j - \dot{\lambda}_j \mathbf{DP} \sigma_j - \dot{\lambda}_j \mathbf{Dp} = \quad (60-4)$$

$$(\mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{DP}) \dot{\sigma}_j = \mathbf{D} (\dot{\epsilon}_j - \dot{\lambda} \mathbf{P} \sigma_i - \dot{\lambda} \mathbf{p}) \quad (61-4)$$

$$(\mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{DP}) \dot{\sigma}_j = \mathbf{D} \left[\dot{\epsilon}_j - \dot{\lambda} (\mathbf{P} \sigma_i + \mathbf{p}) \right] \quad (62-4)$$

$$\dot{\sigma}_j = \mathbf{Q} (\dot{\epsilon}_j - \dot{\lambda}_j \frac{\partial F}{\partial \sigma_i}) \quad (63-4)$$

که در این رابطه

$$\mathbf{Q} = \mathbf{D} (\mathbf{I} + \Delta\lambda_j \mathbf{DP})^{-1} \quad (64-4)$$

برای محاسبه $\dot{\lambda}$ داریم:

$$\Phi(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \rightarrow \dot{\Phi} = \mathbf{a}^T \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{B} \dot{\boldsymbol{\lambda}} = 0 \quad (65-4)$$

در معادله فوق \mathbf{a}^T و \mathbf{B} عبارتند از:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} = \mathbf{a} \quad (66-4)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\partial}{\partial \bar{\boldsymbol{\sigma}}} \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial \mathbf{k}} \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \Delta \lambda_j} \quad (67-4)$$

با پیش ضرب کردن (63-4) در \mathbf{a}^T و جایگذاری در (67-4)، $\dot{\boldsymbol{\lambda}}$ حاصل

می‌گردد:

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}_j = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{Q}}{\mathbf{B} + \mathbf{a}^T \mathbf{Q} \mathbf{a}} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (68-4)$$

با توجه به (63-4)

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}_{ct} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (69-4)$$

$$\mathbf{D}_{ct} = \mathbf{Q} \left[\mathbf{I} - \frac{\mathbf{a} \mathbf{a}^T \mathbf{Q}}{\mathbf{B} + \mathbf{a}^T \mathbf{Q} \mathbf{a}} \right] \quad (70-4)$$

\mathbf{D}_{ct} را ماتریس سختی سازگار گویند. البته هیچ نیاز مستقیمی به محاسبه \mathbf{D}_{ct}

در یک آنالیز دینامیکی به روش explicit وجود ندارد اگر بخواهیم جهت ترک را تخمین

بزنیم در روش explicit باید \mathbf{D}_{ct} محاسبه گردد که پیچیده می‌باشد ولی اگر روش حل

implicit باشد حتماً باید \mathbf{D}_{ct} محاسبه گردد.

۵-۱ انواع ترکها

شکست در کامپوزیتها بدلیل ساختمان غیر ایزوتروپ آنها به شکلهای پیچیده‌ای می‌تواند اتفاق بیفتد. موده‌های گسیختگی و انواع شکست که می‌توان با آن مواجه شد هم به جهت بار اعمالی هم به امتداد الیاف (لایه‌ها) که ماده کامپوزیت را تشکیل می‌دهند، بستگی دارد که تغییر در هر کدام از اینها می‌تواند به شکست‌های متفاوتی در مقیاس ماکروسکپی منجر گردد. این تنوع مانعی است در ارائه یک تعریف مناسب برای موده‌های شکست که در اکثر کاربردها در مقیاس ماکروسکپی قابل استفاده باشد. بهر حال ارائه تعریفی برای موده‌های شکست در مقیاس ماکروسکپی، وسیله‌ای نسبتاً مفید برای بررسی انواع مختلف گسیختگی تهیه می‌کند.

شکست در کامپوزیتهای الیافی را می‌توان به سه نوع اصلی تقسیم کرد

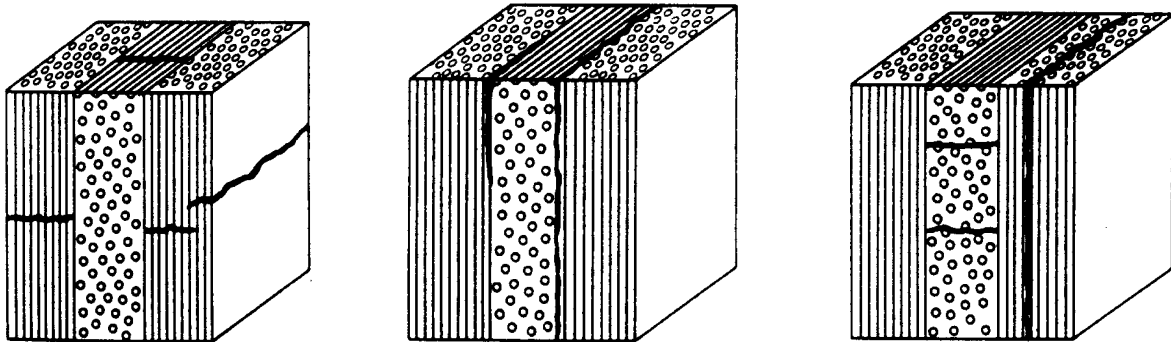
(شکل ۱-۵)

۱- بین لایه‌ای (inter laminar)

۲- درون لایه‌ای (intralaminar)

۳- برون لایه‌ای (translaminar)

هر کدام از این طبقه‌بندی‌ها، صفحه شکست را با سازنده‌های میکروسکپی ماده مرتبط می‌سازند. شکست برون لایه‌ای آنهایی هستند که عمود بر صفحه کامپوزیت قرار گرفته‌اند که این وضعیت، شکست الیاف را منجر می‌گردد. از طرف دیگر شکست بین لایه‌ای امتداد گسیختگی را بین لایه‌ها شرح می‌دهد. در صورتیکه شکست با اهمیت



ج- شکست برون لایه ای

ب- شکست بین لایه ای

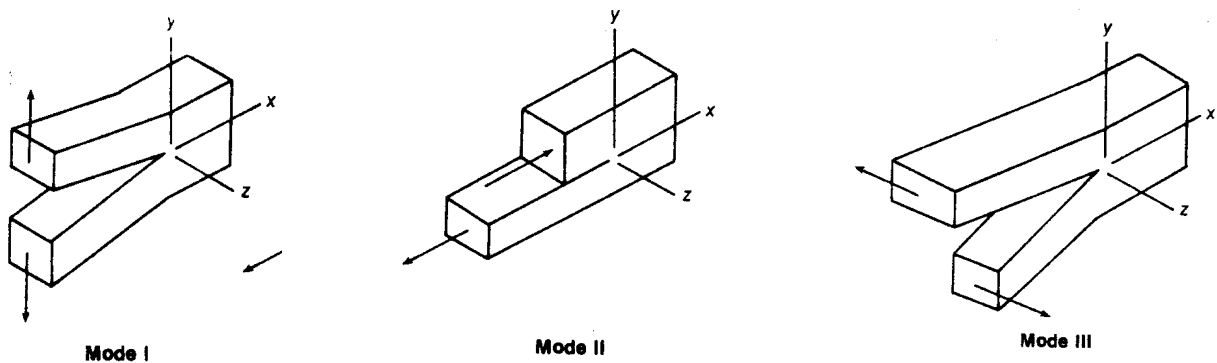
الف- شکست درون لایه ای

الیاف می باشد. در صورتیکه دو نوع دیگر در صفحه کامپوزیت اتفاق می افتند و بنابراین تعداد کمی از الیاف را می شکنند (اگر نخواهیم بگوئیم اصلاً نمی شکنند).

بنابراین گسیختگی در کامپوزیت ها را می توان در عبارتهایی از مکانیزم های گسیختگی که در این سطوح متفاوت شکست ارائه شد، شرح داد. این مکانیزم های گسیختگی منعکس کننده حالت تنشی هستند که جداسازی در اثر آن اتفاق می افتد (کشش، فشار، برش)

شکست بین لایه ای و درون لایه ای

مودهای شکست بین لایه ای و درون لایه ای را می توان مشابه هم شرح داد. در هر مورد، شکست در یک صفحه موازی با الیاف رخ می دهد. مشابه فلزات شکست در هر دو حالت می تواند در مود I (کششی)، مود II (برش درون صفحه) و مود III (برش خارج از صفحه) و یا ترکیبی از این وضعیتهای بارگذاری رخ دهد. شکل (۲-۵) حالت بارگذاری I و II و III را بیان می کند. بررسی و مطالعه روی این سه مود گسیختگی همچنان ادامه دارد. وضعیت مود III بطور دقیق مطالعه نشده است اما برای مود اول کششی و مود برشی درون صفحه داده های کافی وجود دارد و می توان مکانیزم های جدایی آنها را به منظور شرح مشخصات شکست مدل نمود.



شکل ۲-۵: مودهای شکست

اندرکنش بین ترکها

ترک خوردگی درون لایه‌ای و ترک خوردگی بین لایه‌ای عمده‌ترین مکانیزم‌های تخریب کامپوزیتها تحت بار ضربه‌ای می‌باشند. اغلب ترکهای درون لایه‌ای از نوع ترک خوردگی ملات (matrix cracking) می‌باشند و اولین مود گسیختگی در کامپوزیتها هستند. [۱۵]. شاید رشد این ترکها به تنهایی در کاهش خصوصیات کامپوزیتها چندان مهم نباشد، اما حضور این ترکها آغاز مکانیزم‌های دیگر تخریب از جمله جداشدگی بین لایه‌های هستند (البته در بعضی کاربردهای ویژه، مانند مخازن تحت فشار، حضور ترک خوردگی ملات در سازه به هیچ وجه مجاز نمی‌باشد، و این بیانگر اهمیت ترکهای درون لایه‌ای است.

بعلاوه مطالعات و آزمایشات انجام گرفته بیانگر وابستگی شدید بین دو مود گسیختگی فوق تحت بار ضربه‌ای می‌باشند. اندرکنش بین این دو مود گسیختگی در ورود و بسط خرابی ناشی از بار ضربه نقش مهمی ایفا می‌کند لذا برای آنکه درک درستی نسبت به آسیب‌های بوجود آمده از بار ضربه‌ای داشته باشیم باید اندرکنش بین دو نوع مکانیزم ترک خوردگی توسعه داده شود.

فرض کنیم یک میدان تنش سه بعدی برای هر موقعیت در یک کامپوزیت لایه‌ای محاسبه شده است. با بکارگیری معیارهای مناسب می‌توان اولین مود گسیختگی را تعیین نمود بعد از اینکه اولین گسیختگی رخ داد، خواه در درون یک لایه باشد یا در لایه میانی، یک تمرکز تنش در مجاورت گسیختگی بوجود آمده ایجاد می‌گردد. این گسیختگی محلی یا در همان مود انتشار می‌یابد یا اینکه ممکن است به یک مود جدید گسیختگی منجر گردد. بهر حال گسیختگی می‌تواند در فضای درون کامپوزیت منتشر شود واضح است که معیارهای گسیختگی برای شرح چنین رفتاری کافی نیست.

ترکهای ماتریکس در ابتدا بدلیل ضعف ماتریکس و چسبندگی بین الیاف و ماتریکس ایجاد می‌گردند و عموماً قبل از شکست هر الیافی اتفاق می‌افتند. ورود و انتشار ترکهای ماتریکس هم در بین الیاف و هم در بین الیاف و ماتریکس (ترکهای درون لایه‌ای) و هم در سطح لایه میانی لایه‌ها (ترک بین لایه‌ای) می‌تواند اتفاق بیفتد.

ترک درون لایه‌ای در ابتدا بوسیله تنش‌های درون صفحه در یک تک لایه اتفاق می‌افتد که این عامل تک لایه را به دو قسمت می‌شکند. زیرا مولفه تنش عمود بر الیاف است. در مقیاس ماکروسکوپی هر کدام از این ترکها موازی با الیاف و عمود بر کشش اعمالی هستند بنابراین اینها عموماً ترک جانبی نامیده می‌شوند.

ترکهای بین لایه‌ای معمولاً بوسیله تنش‌های بین لایه‌ای بوجود می‌آیند. تنش‌های بین لایه‌ای تمایل دارند در موقعیت‌های نزدیک به ناپیوستگی‌های هندسی متمرکز شوند (از قبیل free edge). این تنش‌های بین لایه‌ای می‌توانند یک ترک

صفحه‌ای را موازی با لایه میانی انتشار دهند یک چنین ترک صفحه‌ای عموماً delamination نامیده می‌شود.

البته تنش‌های درون لایه‌ای و بین لایه‌ای دو گروه مستقل تنش نیستند. آنها در واقع از طریق روابط تعادل المان‌ها بهم وابسته‌اند. بنابراین وقتی که یک ترک ماتریکس در یک مود اتفاق می‌افتد یک انتقال تنش از یک گروه به گروه دیگر صورت می‌گیرد ترکهای درون لایه‌ای بین لایه‌ای اغلب بطور همزمان اتفاق می‌افتند که شبکه‌ای از ترکهای طویل را قبل از گسیختگی نهایی کامپوزیت‌ها تشکیل می‌دهند.

ترک برون لایه‌ای

مشخص کردن مود گسیختگی مواد کامپوزیتی به دلیل تعداد و پیچیدگی مکانیزم‌های شکست در کامپوزیتها مشکل میشود. طبق تعریف مواد کامپوزیتی در مقیاس میکروسکوپی غیر همگن هستند. بنابراین شکست یک جزء کامپوزیتی کاملاً متفاوت با شکست یک جزء فلزی است (پدیده multi cracking). آسیب‌های وارده در کامپوزیتها به سه شکل شکست ماتریکس، بریده شدن الیاف و جداسازی بین لایه‌ای می‌باشند که اینها در نهایت با هم ترکیب شده و منجر به گسیختگی قطعه می‌گردند. گسیختگی‌ها عموماً درون ماده بوده و با چشم دیده نمی‌شوند. برای سرعتهای پائین احتمالاً اولین مود گسیختگی ترک خوردگی ملات می‌باشد و می‌تواند شامل مودهای قائم (عمود بر جهت الیاف) و برشی (موازی الیاف) باشد این نوع ترک می‌تواند منجر به بریده شدن الیاف و یا جداسازی بین لایه‌ای گردد. همچنین جداسازی بین لایه می‌تواند هنگام ساخت قطعه نیز بوجود آید. مطالعات اخیر نشان داده است که دو نوع

ترک خوردگی ملات است که سبب جداشدگی لایه میانی می‌گردد: ۱- ترکهای برشی که یک نوع ترک ناپایدار است ۲- ترکهای خمشی که پایدار و پیشرونده هستند.

در تشخیص موده‌های گسیختگی اصلی در کامپوزیتها، ابتدا باید وضعیت‌های بارگذاری که این مواد با آن مواجه میشوند، ملاحظه شود. (بدلیل نقش اساسی الیاف در رفتار ساختمانی کامپوزیت‌های الیافی که به شدت در تحمل بارهای غشائی موثرند اغلب آنها طوری طراحی می‌شوند که کشش و فشار درون صفحه یا بارهای برشی را حمل کنند. آن نوع بارگذاری که الیاف را تحت کشش قرار دهد بهترین سیمای کامپوزیت‌های الیافی است).

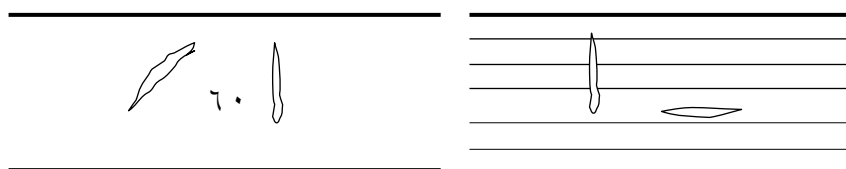
فشار درون صفحه کامپوزیتها به جهت تمایل الیاف به خمش بوسیله کمانش بسیار پیچیده است به جهت اینکه الیاف درون یک لایه کاملاً مستقیم نیستند فشار محوری، مولفه‌های برشی بار را بین الیاف و ماتریکس تولید می‌کند این مولفه‌های خارج از صفحه می‌توانند منجر به بار کششی در ماتریکس گردند که سبب گسیختگی ماتریکس گردد.

عامل موثر دیگر در الگوی تخریب کامپوزیتها ترتیب چیدن لایه‌ها می‌باشد. زمانی که باری به کامپوزیت وارد میشود، وضعیت‌های پیچیده تنش داخلی بوجود می‌آید. این وضعیت‌های تنش هم شامل تنش‌های درون صفحه (τ_{yz}, τ_{xz}) و هم تنش‌های برون صفحه هستند. از آنجا که تنش‌های بین لایه‌ای تابعی از ترتیب چیدن لایه‌ها هستند تغییرات کوچک در ترتیب چیدن بطور عمده‌ای می‌تواند توزیع تنش داخلی را تغییر دهد. این توزیع‌های متفاوت تنش‌های داخلی نیز به نوبت الگوی توسعه تخریب

کامپوزیت را تغییر می‌دهد. بنابراین انواع موده‌های گسیختگی که بوجود می‌آید هم به جهت بار اعمالی و هم به امتداد الیاف که کامپوزیت را تشکیل می‌دهند بستگی دارد لذا مهم است که حالت تنش را به دقت تعیین کنیم تا بتوان پاسخ کامپوزیت را به بارهای وارده بررسی نمود.

۵-۲ جهت ترک

پیشگویی جهت ترک در مواد کامپوزیتی یک مسأله کاملاً پیچیده است. در مورد ترک‌های بین لایه‌ای نیاز به تعیین جهت ترک نداریم. برای شکست درون لایه‌ای معیارهایی از قبیل Hoffman و Tsi-wu هیچ اطلاعاتی در رابطه با جهت ترک ارائه نمی‌کنند. معیار Hashin هم در این رابطه دقیق بیان نمی‌شود. در کار حاضر یک روش ساده اما با دقت کافی، بکار گرفته شده است فرض میشود که ترک‌ها فقط به موازات الیاف و یا عمود بر آن تشکیل می‌گردند شکل (۳-۵) این فرضیه ساده را در مسائل دو بعدی بدینصورت است که برای الیاف خارج از صفحه جهت ترک طبق جهت تنش اصلی ماکزیمم و برای الیاف درون صفحه ترک به موازات الیاف تشکیل می‌یابد. مگر آنکه مولفه تنش در جهت الیاف از مقاومت کامپوزیت در آن جهت تجاوز نماید.



oooooooooooooooooooooooooooo
oooooooooooooooooooooooooooo
oooooooooooooooooooooooooooo
oooooooooooooooooooooooooooo
oooooooooooooooooooooooooooo

الف- ترک درون صفحه ب- ترک خارج صفحه

شکل ۳-۵: جهت ترک

Acoustic Tensor

روش دیگر برای تعیین جهت ترک acoustic tensor نامیده میشود که این روش ابتدا برای مسائل انتشار امواج در جامدات بکار گرفته شد. در این روش ثابت میشود که صفحه گسیختگی معادله acoustic tensor را ارضاء می کند:

$$\det Q = \det(\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}_{ct} \cdot \mathbf{n}) = 0$$

که Q اشاره به تانسور اکوستیک، \mathbf{D}_{ct} ماتریس سختی مماسی الاستوپلاستیک است (به فصل پنجم مراجعه شود) امتداد صفحه گسیختگی بوسیله بردار قائم \mathbf{n} تعریف میشود. حل بسته معادله فوق برای مسائل دو بعدی وجود دارد برای دیدن جزئیات بیشتر به [۱۷] مراجعه شود.

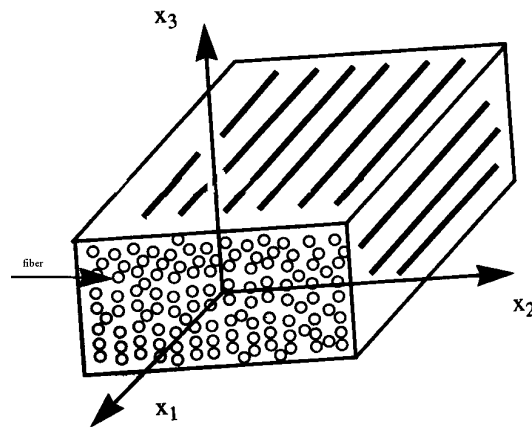
روش دیگری برای تخمین جهت ترک بیان می گردد که بی شباهت به الگوریتم انتخابی در کار حاضر نیست مطالب این قسمت از مرجع [۱۹] استفاده شده است.

یکی از ویژگیهای برخی از معیارهای گسیختگی اینست که مجبوریم ۲ معیار گسیختگی مستقل را بطور همزمان بکار ببریم. یکی برای گسیختگی الیاف (Fiber

failure=FF) و دیگری برای گسیختگی ماتریکس (Inter-fiber failure). زیرا اثرات هر

دو پدیده کاملاً متفاوت است. بحث‌های زیر به حالت تنش مسطح $(\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12})$ محدود

میشود:



شکل ۴-۵: صفحه ایزوتروپ جانبی

۱) حالت FF

اصولاً ما فرض می‌کنیم که گسیختگی الیاف در یک ماده مرکب وقتی اتفاق

خواهد افتاد که الیاف تحت تنش σ_1 قرار دارند:

$$\begin{cases} \sigma_{f_1} = x_{f_T} & \sigma_{f_1} \geq 0 & X_{f_T} = \frac{X_T}{E_1} E_{f_1} = \epsilon_{1T} E_{f_1} \\ \sigma_{f_2} = -x_{f_c} & \sigma_{f_1} < 0 & X_{f_c} = \frac{X_c}{E_1} E_{f_1} = \epsilon_{1c} E_{f_1} \end{cases} \quad (1-5)$$

اگر معادلات (۱-۵) را بر حسب کرنش‌ها بنویسیم

$$\begin{cases} \frac{1}{\epsilon_{1r}} (\epsilon_1 + \frac{\nu_{f12}}{E_{f1}} m_{of} \sigma_2) = 1 & \sigma_{f1} \geq 0 \\ \frac{1}{\epsilon_{1c}} (\epsilon_1 + \frac{\nu_{f12}}{E_{f1}} m_{of} \sigma_2) = -1 & \sigma_{f1} \leq 0 \end{cases} \quad (2-5)$$

m_{of} فاکتور میانگین بزرگی (m) تنش جانبی (σ) برای الیاف (f) می باشد.

$$\begin{cases} m_{of} \cong 1.3 & \text{glass fiber} \\ m_{of} \cong 1 & \text{carbon fiber} \end{cases} \quad (3-5)$$

اما طبق نتایج آزمایشگاهی مشاهده شده است که تنش برشی τ_{12} از مقاومت فشاری الیاف می کاهد برای منظور ساختن این مورد مطالعه (3-5) را به شکل زیر می نویسیم:

$$\frac{1}{\epsilon_{1c}} \left(\epsilon_1 + \frac{\nu_{f12}}{\epsilon_{f1}} m_{of} \delta_2 \right) + (10\gamma_{21})^2 = 1 \quad \sigma_{f1} \leq 0 \quad (4-5)$$

۲- وضعیت های گسیختگی برای IFF

از آزمایشات انجام شده بر روی Carbon fiber/epoxy , glass fiber/epoxy نتیجه حاصل میشود که لایه های یک جهته در گسیختگی رفتار خیلی ترد دارند بویژه در حالت IFF یعنی بدون هیچ تغییر شکل پلاستیک گسیختگی اتفاق می افتد و این موضوع برای بسیاری از محققین شگفت انگیز می باشد که از معیارهای VonMises , Hill استفاده کرده اند. زیرا اینها برای مواد ductil بکار می روند و بنظر می رسد که مناسب تر باشد از معیار Mohr استفاده کنیم که مشخصات شکست ترد را در نظر می گیریم این عقیده در اصل توسط Hashin فرمول بندی شد او بیان می کند که انتقال

معیارهای شکست موهر به کامپوزیتها، معیارهای گسیختگی الیاف و ماتریکس را بر اساس اصول فیزیکی بیان خواهد کرد. البته Hashin هرگز عقیده‌اش را به پایان نرساند. بهر حال کار عددی مسأله کمی دشوار است ولی پیشرفتهای کامپیوتری این روزها و امیدوار می‌کند که در آینده بکار ببریم.

شکل معیار

مطابق فرضیه Mohr، کارا را پیش می‌بریم. شکست انحصاراً توسط تنش‌هایی که روی صفحه شکست عمل می‌کنند بوجود می‌آید. در مورد IFF روی یک صفحه شیب دار موازی الیاف این تنش‌ها عبارتند از: $\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{nl}$

در فرمولاسیون های زیر:

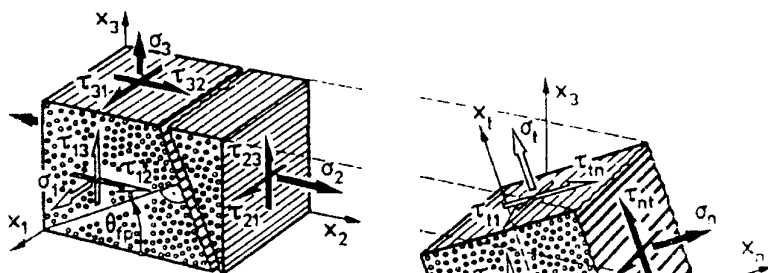
R_{\perp} مقاومت متناظر با σ_n می‌باشد

$R_{\perp\perp}$ مقاومت متناظر با τ_{nt} می‌باشد

$R_{\perp\perp}$ مقاومت متناظر با τ_{nl} می‌باشد

حالت $\sigma_n > 0$

این تنش به‌مراه تنش‌های جانبی برشی شکست را سبب می‌گردند. بدلیل وجود تقارن تنش‌های برشی نمی‌تواند روی شکست موثر باشد. ساده‌ترین روش که به فکر می‌رسد عبارتست از:



شکل ۵-۵: تنش های موجود در صفحه گسیختگی

$$\left(\frac{\sigma_n}{R_{\perp}^+}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2 = 1 \quad \sigma_n \geq 0 \quad (۵-۵)$$

تعیین مقاومتها: اگر σ_n به تنهایی در صفحه شکست عمل کند آنگاه $R_{\perp}^+ = Y_T$ ، $\tau_{\perp\parallel}$

همیشه به تنهایی سبب شکست در صفحه فعال می گردد لذا $R_{\perp\perp}, R_{\perp\parallel} = s_{12}$ به تنهایی سبب

شکست نمی گردد و تا بحال هیچ آزمایشی که منجر به تعیین شود موجود نیست و باید از Y_c با

فرمولاسیون ریاضی حاصل گردد.

یک قسمت نا معقول معیار (۵-۵) فضای تنش ($\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{nl}$) می باشد و هنوز آنالیزهای

تنش در دستگاه (X_3, X_2, X_1) انجام میشود لذا این تنش ها را به σ_{ij} تبدیل می کنیم در حالت

تنش مسطح:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_1 \\ \sigma_n = \sigma_2 \cos^2 \theta \\ \tau_{nt} = -\sigma_2 \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{nl} = \tau_{12} \cos \theta \end{cases} \quad (۶-۵)$$

حالت $\sigma_n < 0$

وضعیت $\sigma_n < 0$ از شکست برشی جلوگیری می‌کند لذا معیار (۵-۵) به شکل

زیر اصلاح می‌گردد

$$\left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp} - P_{\perp\perp}^{(-)} \sigma_n} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}}{R_{\perp\perp\perp} - P_{\perp\perp\perp}^{(-)} \sigma_n} \right)^2 = 1 \quad \sigma_n < 0 \quad (7-5)$$

برای انطباق بهتر با داده‌های آزمایشگاهی (۵-۵) و (۷-۵) به شکل زیر اصلاح

می‌گردند.

$$C_2 \left(\frac{\sigma_n}{R_{\perp\perp}^+} \right)^2 + C_1 \left(\frac{\sigma_n}{R_{\perp\perp}^+} \right) + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}}{R_{\perp\perp\perp}} \right)^2 = 1 \quad \sigma_n \geq 0 \quad (8-5)$$

$$\frac{\tau_{nt}^2}{(R_{\perp\perp})^2 - 2P_{\perp\perp}^{(-)} R_{\perp\perp} \sigma_n} + \frac{\tau_{nl}^2}{(R_{\perp\perp\perp})^2 - 2\bar{P}_{\perp\perp\perp} \sigma_n} = 1 \quad \sigma_n < 0 \quad (9-5)$$

دو معادله فوق مبنای شکست بکار رفته در این بحث می‌باشد.

برای استفاده از (۹-۵) در کار محاسباتی، یک ساده سازی لازم است. در اینجا

فرض می‌کنیم.

$$\frac{P_{\perp\perp}^{(-)}}{R_{\perp\perp}} = \frac{R_{\perp\perp\perp}^{(-)}}{R_{\perp\perp\perp}} = \frac{P}{R} = \text{cet} \quad (10-5)$$

به کمک (۱۰-۵) معادله (۹-۵) به شکل روبرو تبدیل می‌گردد

$$\left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}}{R_{\perp\perp\perp}} \right)^2 + 2 \left(\frac{P}{R} \right) \sigma_n = 1 \quad (11-5)$$

$$C_2 \left(\frac{\sigma_n}{R_{\perp\perp}^+} \right) + C_1 \frac{\sigma_n}{R_{\perp\perp}^+} + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}}{R_{\perp\perp\perp}} \right)^2 = 1 \quad \sigma_n \geq 0 \quad (8-5)$$

$$\left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}}{R_{\perp\perp\perp}} \right)^2 + 2 \left(\frac{P}{R} \right) \sigma_n = 1 \quad \sigma_n < 0 \quad (11-5)$$

بحث روی زاویه شکست :

معادله (۸-۵) ellipsoid است $\Rightarrow \sigma_n \geq 0$

معادله (۱۱-۵) Parabolic است $\Rightarrow \sigma_n < 0$

نمایش سه بعدی معادلات (۸-۵) و (۱۱-۵) در شکل (۵-۷) آمده است

طبق نتایج آزمایشگاهی بکار بردن (۸-۵) برای مورد خاص تنش مسطح

$(\sigma_2, \tau_{12}) > 0$, زاویه شکست همواره $\theta_f = 0^0$ می باشد.

$$\theta = 0 \begin{cases} \sigma_n = \sigma_2 < 0 \\ \tau_{nt} = 0 \\ \tau_{nl} = \tau_{12} \end{cases} \Rightarrow C_2 \left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp}^+} \right)^2 + C_1 \frac{\sigma_2}{R_{\perp}^+} + \left(\frac{\tau_{12}}{R_{\perp 11}} \right)^2 = 1 \quad \sigma_2 \geq 0 \quad (12-5)$$

با اعمال جزئیات بیشتر (ضرائب C_1, C_2) به معادله زیر می رسمیم:

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{12}}{R_{\perp 11}} \right)^2 + \left(1 - \frac{P_{\perp 11}^+}{R_{\perp 11}} R_{\perp}^+ \right) \left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp}^+} \right)^2} + \frac{P^{(+)}}{R_{\perp 11}} \sigma_2 = 1 \quad \sigma_2 \geq 0 \quad (13-5)$$

مکانیزم بیان شده در معادله (۱۱) که σ_2, τ_{12} منجر به گسیختگی می گردد

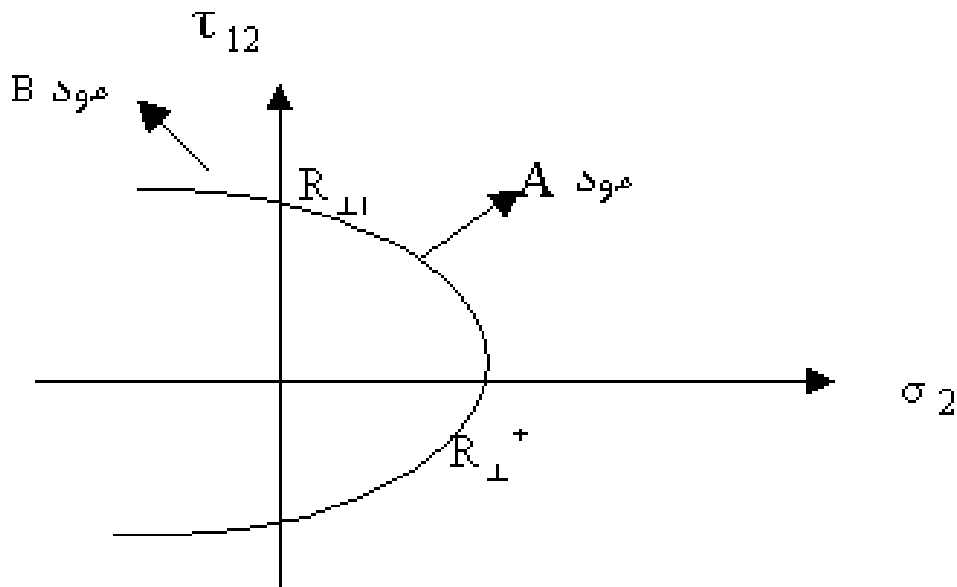
مود A می نامیم.

$$\begin{cases} \sigma_n = \sigma_2 < 0 \\ \tau_{nt} = 0 \\ \tau_{nl} = \tau_{12} \end{cases} \text{ با بکار بردن حالت تنش در معادله (۱۱-۵) یک زاویه } \theta_f = 0 \text{ حاصل}$$

می گردد و مشابه معادله (۱۳-۵) یک وضعیت شکست می تواند بوجود آید.

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{12}}{R_{\perp 11}} \right)^2 + \left(\frac{P}{R} \right)^2 \sigma_2^2} + \left(\frac{P}{R} \right) \sigma_2 = 1 \quad \sigma_2 < 0 \quad (14-5)$$

این مکانیزم شکست مود B می نامیم .



شکل ۵-۶: منحنی نمایش معیار در حالت دو بعدی

در تستهای شکست تحت بار فشاری جانبی محوری مشاهده شده که زوایای شکست $\theta_{fp} \cong 45^\circ$

می باشد. در حالت سه بعدی تنش، تعیین زاویه شکست تنها به کمک روشهای عددی ممکن

است.

با جایگذاری تبدیلات تنش سطح مفروض در معادله (۵-۱۱) داریم:

$$f_E(\theta) = \text{Cos}\theta \sqrt{\left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp\perp}}\right)^2 (1 - \text{Cos}^2\theta) + \left(\frac{\tau_{12}}{R_{\perp\perp}}\right)^2 + \left(\frac{P}{R}\right) \delta_2^2 \text{Cos}^2\theta + \frac{P}{R} \sigma_2 \text{Cos}^2\theta} \quad (۵-۱۵)$$

$$f_E(\theta) = \text{Cos}\theta \sqrt{a \text{Cos}^2\theta + b} + c \text{Cos}^2\theta \quad (16-5)$$

که در اینجا

$$\begin{cases} a = \left[\left(\frac{P}{R} \right)^2 - \left(\frac{1}{R_{\perp\perp}} \right)^2 \right] \sigma_2^2 \\ b = \left(\frac{\tau_{12}}{R_{\perp\perp}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp\perp}} \right)^2 \\ c = \left(\frac{P}{R} \right) C_2 \end{cases} \quad (17-5)$$

شکست جایی اتفاق می‌افتد که f ماکزیمم گردد.

$$\frac{df}{d\theta} = 0 \Rightarrow \frac{d}{d(\text{Cos}\theta)}(f(\theta)) \frac{d}{d\theta}(\text{Cos}\theta) = \frac{d}{d(\text{Cos}\theta)}(f(\theta))(-\sin\theta) = 0 \quad (18-5)$$

یک جواب معادله فوق می‌باشد که همان مود B می‌باشد جواب دیگر:

$$\frac{df}{d\text{Cos}\theta} = 0 \Rightarrow \text{Cos}^4\theta = \frac{f^2 w}{c^2 - a} \begin{cases} f(\theta_{fp}) = \text{Cos}\theta_{fp} \sqrt{a \text{Cos}^2\theta_{fp} + b} + \\ C \text{Cos}^2\theta_{fp} = f_w \\ f_w = 1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_{1D}} \end{cases} \quad (19-5)$$

$$\theta_{fp} = \text{arc cos} \sqrt{\frac{f_w R_{\perp\perp}}{1 - \sigma_2}} \quad (20-5)$$

یعنی بدین ترتیب با توجه به معادلات (18-5) و (19-5) زاویه θ_{fp} به روش

ساده و شگفت انگیز حساب شد.

نکته قابل توجه اینست که مقدار σ_n روی صفحه گسیختگی ثابت است:

$$\sigma_n = \sigma_2 \text{Cos}^2\theta_p = -f_w R_{\perp\perp}^A \quad (21-5)$$

و مستقل از $\frac{\tau_{12}}{\sigma_2}$ می باشد. بین $\sigma_2 = 0$ ، $\sigma_2 = -f_w R_{\perp\perp}$ زاویه شکست عبارتست از

$\theta_{fp} = 0^0$ و تنش قائم $\sigma_2 = \sigma_n$ وقتی تنش فشاری از $-f_w R_{\perp\perp}$ تجاوز کند، صفحه شکست

طوری می باشد که رابطه $\sigma_{11} = \sigma_2 \cos^2 \theta_p$ برقرار باشد!

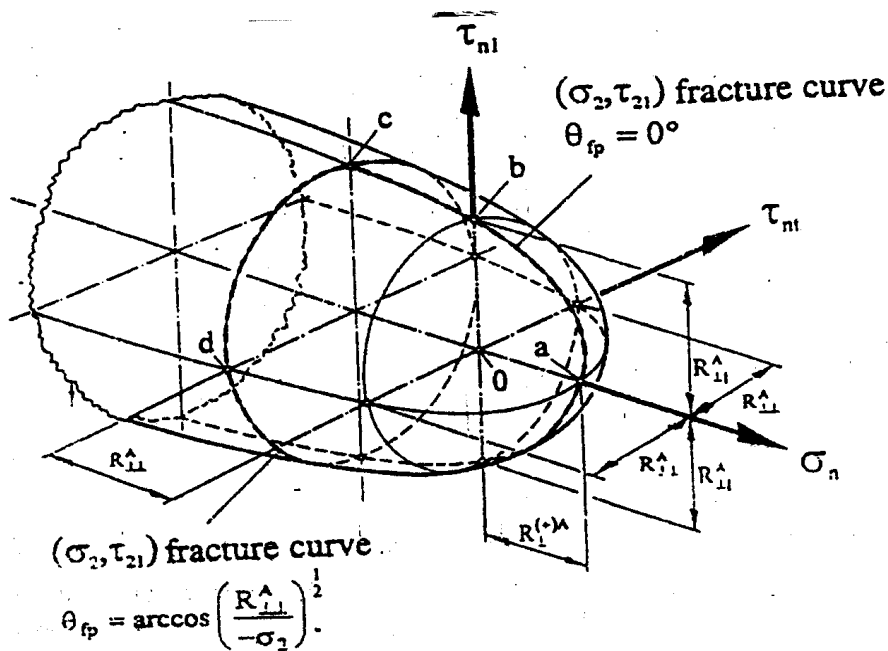
حال با داشتن مقدار θ_{fp} با توجه به معادله (۵-۱۴) و (۵-۱۵) وضعیت شکست حاصل

می گردد (σ_2, τ_{12})

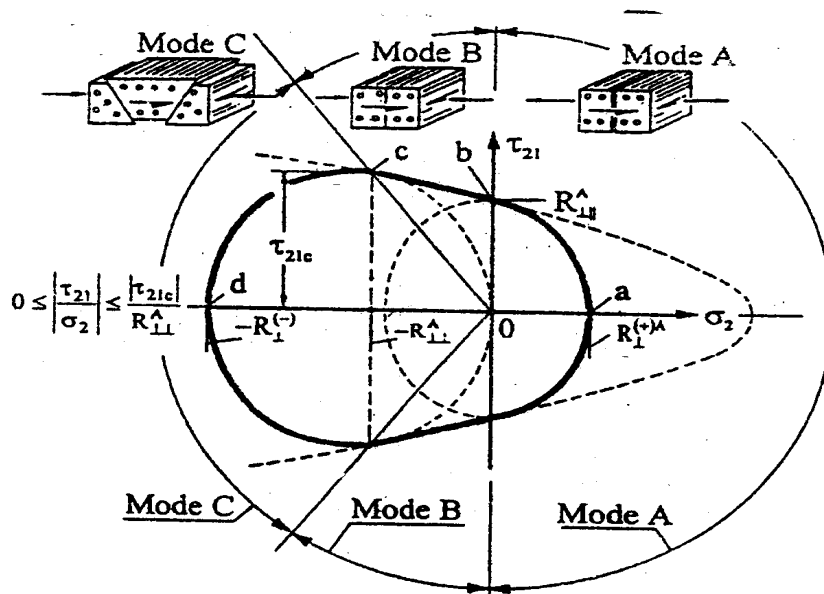
$$\frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{P}{R} \right) R_{\perp\perp} \right]} \left[\left(\frac{\tau_{12}}{R_{\perp\perp}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp\perp}} \right)^2 \right] \frac{R_{\perp\perp}}{(-\sigma_2)} + \frac{\sigma_1}{\sigma_{1D}} = 1 \quad \sigma_2 < 0 \quad (22-5)$$

ضمناً این معادله رابطه ای برای $Y_c, R_{\perp\perp}$ هم می تواند ارائه دهد. به این وضعیت شکست

را مورد C می نامیم.



شکل ۵-۷: نمایش سه بعدی معیار



شکل ۸-۵: نمایش موده‌های شکست معیار

۵-۳ مدل کاهش سختی (Property Degradation Model)

اولین باری که گسیختگی اتفاق می‌افتد، خصوصیات مادی در ناحیه گسیخته شده کم می‌شود. میزان کاهش خصوصیات به شدت وابسته به مکانیزم‌های گسیختگی در کامپوزیت‌های لایه‌ای می‌باشد. شیوه‌ای که مواد منهدم می‌شوند طبق مشخصات گسیختگی خیلی متفاوت می‌باشد بعلاوه در اثر اعمال بار به کامپوزیت‌های لایه‌ای، هر لایه به شکل متفاوتی مطابق با حالت تنش در خودش رفتار می‌کند و بنابراین مکانیزم‌های گسیختگی در هر لایه متفاوت می‌باشد.

بنابراین کاهش خصوصیات باید بر اساس نوع مکانیزم گسیختگی در هر لایه بکار گرفته شود. قانونهای متفاوتی برای این منظور پیشنهاد شده است [۱۸]. بعنوان مثال در [۲۲] روش زیر برای مدلسازی بکار گرفته شده است:

اگر گسیختگی الیاف رخ دهد، $\sigma_1 = 0$ و ماتریس سختی به صورت زیر تغییر می‌یابد:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (۲۳-۵)$$

اگر گسیختگی ماتریکس رخ دهد $\sigma_2 = \sigma_{12} = 0$ و ماتریس سختی به شکل زیر تغییر

می‌یابد.

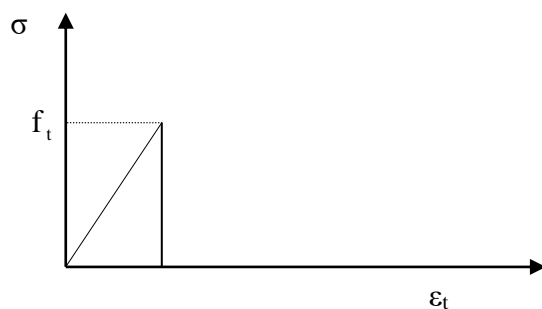
$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۲۴-۵)$$

مدل کاهش سختی در کار حاضر به شکل زیر بکار گرفته شده است که برگرفته از مدل

رانکین در نرم افزار elfen می‌باشد

الف- اگر رفتار ماده را آنی (Catastrophic) فرض کنیم یعنی رابطه نرم شوندگی مطابق

شکل زیر باشد



شکل ۹-۵

در این صورت بعد از گسیختگی کلیه مقاومتها را به صفر رسانده و تنش‌ها

به طریق زیر اصلاح می گردند

$$SMEAN = \frac{S_{xx}^i + S_{yy}^i + S_{zz}^i}{3}$$

$$S_{xx}^{i+1} = SMEAN \quad (25-5)$$

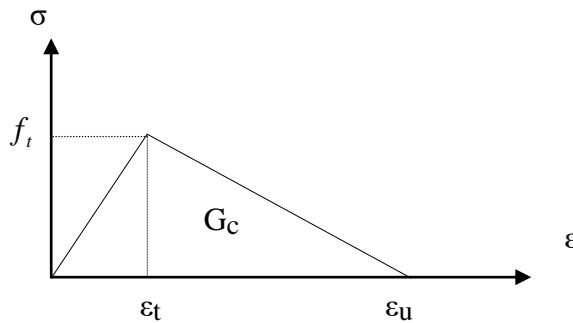
$$S_{yy}^{i+1} = SMEAN$$

$$S_{xy}^{i+1} = S_{xy}^{i+1}$$

در روابط بالا S^i بیانگر تنش در گام i ام می باشد.

ب- اگر رفتار ماده بصورت نرم شونده دو خطی [شکل (۵-۱۰)] باشد در اینصورت

تنشها و مقاومتها به روش زیر بهنگام می گردند:



شکل ۵-۱۰: رفتار نرم شوندگی دو خطی

$$FFNEW = \frac{(\Delta \epsilon)_{i+1}}{-\epsilon_u + \epsilon_t} = \frac{A}{-\epsilon_u + \epsilon_t} \quad (26-5)$$

مقاومت متناظر اولیه
~~متناظر با مواد گسیختگی~~ $(\sigma_{22}, \sigma_{11})$
 تنش

اگر $FFNEW$ پاسخ ماده الاستیک بوده و تنش ها و مقاومت ها تغییر داده نمی شوند اگر $FFNEW < 1$ ، ماده در حالت پلاستیک قرار گرفته و طبق رفتار شاخه نرم شونددگی تنش ها و مقاومت های جدید برابرند با:

$$DMAT^{i+1} = \frac{STRGT^{i+1}}{DMAT^i} \quad (27-5)$$

تنش متناظر با
 $R = \dots$

در روابط فوق $STRGT^{i+1}$ مقاومت جدید متناظر با مود گسیختگی در پایان گام $i+1$ ، E^P مدول شاخه نرم شونددگی ، $DMAT^i$ مولفه ماتریس سختی متناظر در گام i ام می باشد. تنش ها در این حالت به این صورت تغییر داده می شوند. اگر مقاومت جدید در پایان گام $i+1$ برابر تنش گسیختگی متناظر باشد در این صورت

$$SFAC = \left(1 - \frac{STRGT^{i+1}}{\sigma^i} \right) \quad (28-5)$$

$$DSM = \left(\frac{S_{xx} + S_{yy} + S_{zz}}{3} \right) \times SFAC \quad (29-5)$$

به کمک ضرائب فوق

$$\begin{aligned} S_{xx}^{i+1} &= S_{xx}^i - (S_{xx}^i \times SFAC - DSM) \\ S_{yy}^{i+1} &= S_{yy}^i - (S_{yy}^i \times SFAC - DSM) \\ S_{xy}^{i+1} &= S_{xy}^i - (S_{xy}^i \times SFAC) \end{aligned} \quad (30-5)$$

قابل ذکر است که مدول شاخه نرم شونددگی در اینجاست حداکثر برابر با $\left(\frac{D_{22}}{2} \right) \frac{D_{11}}{2}$

می باشد که بستگی به مود گسیختگی دارد.

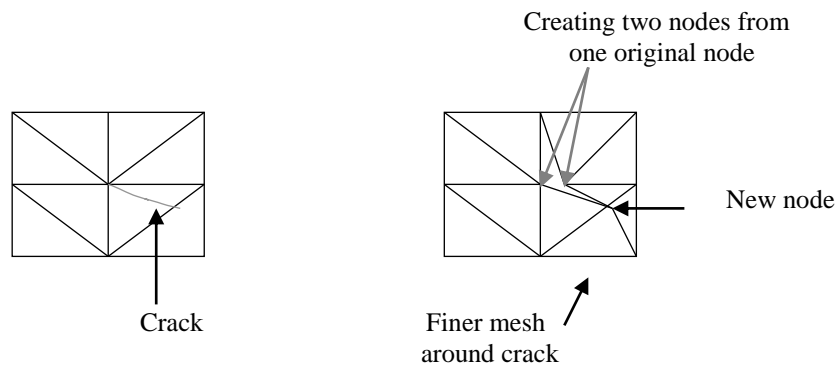
و اگر $FFNEW < FFOLD$ باز شدگی ترک ها را خواهیم داشت که مقاومتها را به صفر

کاهش می دهیم و تنش ها مطابق حالت (الف) بهنگام می نمایم.

۵-۱۴ الگوریتم مش بندی مجدد سازه

شکست ماده منجر به ایجاد قطعات جدید جدا از هم می‌گردد که در اندرکنش تماسی و اصطکاکی با یکدیگر و مرزهای مجاور می‌باشند. در کار حاضر یک الگوریتم مش بندی مجدد بکار گرفته شده است که شرایط سازگاری را در مرز نواحی ترک خورده حفظ می‌کند.

جهت ترک طبق الگوریتم انتخابی هر المان تعیین می‌گردد. گام بعدی پروسه مش بندی جدید پس از ترک خوردگی می‌باشد. شکل (۵-۱۱) الگوریتم مش بندی مجدد سازه را برای حالت دو بعدی نشان می‌دهد. الگوریتم شامل چهار مرحله می‌باشد: شکافت المان، جداسازی گره‌های گسیخته شده، ایجاد گره‌های جدید، مش بندی جدید در المانهای ترک نخورده جهت ارضای شرایط سازگاری. چنین الگوریتمی یک مش بندی مطلوبتری در نواحی شکست خورده ارائه می‌کند که ضمن جلوگیری از آشفتگی (distortion) المانها، تقریب حل در اجزای محدود را نیز بهبود می‌بخشد. با بکارگیری این روش بعد از مش بندی مجدد سازه نیازی به آنالیز مجدد کل سازه نیست



شکل ۱۱-۵: الگوریتم مش بندی مجدد

وضعیت تنش از المانهای قدیم به المانهای جدید منتقل می‌گردد. تنش‌ها در نقطه گوس اولیه به گره‌های المان تبدیل میشوند و سپس به نقاط گوس در المانهای جدید تبدیل می‌گردند نکته قابل توجه عدم ایجاد ناسازگاری معادلات تعادل در نقاط گوس جدید می‌باشد.

۵-۵-۵ رشد ترک

در این بخش پدیده انتشار ترک برای هر دو مود شکست لایه‌ای و جداشدگی بین لایه‌ای بحث می‌شود علی‌رغم مسائل خاص که در هر دو مورد وجود دارد، اکثر بحث‌ها برای هر دو مورد بکار می‌رود.

اولین باری که معیار جداشدگی ارضاء می‌شود یک ترک بین لایه‌ای تشکیل می‌گردد. تشکیل ترک منجر به رهایی انرژی و توزیع جدید تنش‌هایی می‌شود که سبب ورود ترک شده‌اند، برای بررسی انتشار ترک‌های بین لایه‌ای روشهای مختلفی پیشنهاد گردیده است. یکی از این روشها، بستن مجازی ترک می‌باشد. در این روش در ترک موجود ابتدا یک رشد مجازی به طول یک المان ایجاد نموده و سپس کار لازم برای بازگرداندن ترک رشد داده شده به حالت اولیه محاسبه می‌گردد و بعنوان معیاری برای گسترش در نظر گرفته میشود. روش دیگر استفاده از G با استفاده از رابطه

$$G = \frac{u_{P_2} - u_{P_1}}{\Delta a}$$

می‌باشد. در این روش انرژی کل سازه قبل و بعد از گسترش ترک محاسبه شده و با مقدار G_c مقایسه شده پیش بینی رشد ترک صورت می‌گیرد. روش

دیگر برای مدل کردن این پدیده استفاده از المانهای میانی می‌باشد. این المانها دارای ضخامت صفر بوده و بین دو المان قرار گرفته آنها را بهم مرتبط می‌سازند. برای رشد ترک یک معیار پلاستیسیته که با نرم شوندگی همراه باشد. در این المانها تعریف می‌گردد و وقتی در المان مربوطه این معیار برآورده شود سختی المان صفر فرض شده و گسترش ترک رخ می‌دهد [۳۳]

در تحقیق حاضر برای در نظر گرفتن گسترش ترک از المانهای تماسی بعنوان المانهای میانی استفاده شده است. ابتدا لایه‌هایی که بین آنها احتمال جداشدگی وجود دارد با استفاده از المانهای مجزا مدلسازی می‌گردد و این المانها با استفاده از المانهای تماسی که بین لایه‌ها قرار می‌گیرند به یکدیگر مرتبط می‌گردند. هر یک از لایه‌ها خود بوسیله اجزاء محدود مدلسازی می‌شود.

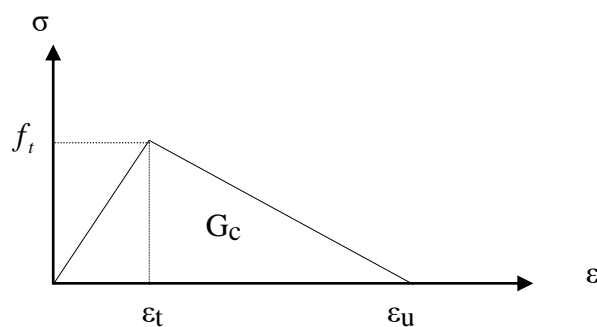
اگر در المانهای تماسی که بین المانهای مجزا قرار می‌گیرند تنش‌های برشی و نرمال محاسبه شده در معیار شروع جدایی لایه‌ها صدق کند، در اینصورت در نقطه مذکور شروع این پدیده را خواهیم داشت. این تنش‌های برشی و نرمال با استفاده از نیروهای تماسی بین دو لایه محاسبه می‌گردند. برای پیش بینی گسترش ترک از معیارهای پلاستیسیته که با نرم شوندگی همراه بوده و مفاهیم مکانیک شکست را به نوعی در خود دارند استفاده میشود که در قسمت بعد به تفصیل در مورد آن توضیح داده میشود.

برای شکست لایه‌ای نیز می‌توان از روشهای سخت شونده پلاستیسیته برای مواد نرم شونده استفاده نمود به این طریق که بجای رابطه تنش- کرنش پلاستیک در

حالت سخت شونده‌گی یک رابطه نرم شونده‌گی معرفی شود بهر حال در عمل اشکالات زیادی وجود دارد که تعدادی از اینها هنوز تجزیه و تحلیل نشده‌اند و مهمترین آنها mesh dependency در آنالیز اجزای محدود است که همان بهبود بخشیدن مش بندی می‌باشد [۱۷].

مدل نرم شونده‌گی کرنش

مفهوم اصلی که از مکانیک شکست استفاده گردیده، این فرضه است که آزاد سازی انرژی شکست G_f یک خاصیت ماده (سختی شکست) نسبت به یک منحنی تنش - کرنش محلی است ($G_f = c\epsilon$). این مفهوم بیانگر اینست که قانون نرم شونده‌گی محلی به یک ناحیه شکست، با طول مشخصه l_c که بستگی به مش اجزای محدود دارد، وابسته است. در نتیجه مفهوم مکانیک شکست به رابطه نرم شونده‌گی سوق داده میشود. یک روش ساده برای مدلسازی استفاده از مدل نرم شونده‌گی دو خطی می‌باشد.



شکل ۱۲-۵: رفتار نرم شونده‌گی دو خطی

آزاد سازی انرژی شکست بعنوان انتگرال سطح زیر شاخه نرم شوندگی منحنی

تنش - کرنش می باشد.

$$G_f = \left[\frac{1}{2} f_t (\epsilon_u - \epsilon_t) \right] L_c \quad (31-5)$$

$$L_c = A^{0.5} \quad \text{برای حالت}$$

و مدول شاخه نرم شوندگی برابر است با:

$$E_p = \frac{f_t^2 L_c}{2 G_f} \quad (32-5)$$

در مدلسازی به روش اجزای محدود مقدار کرنش می تواند از ϵ_u تجاوز کند

ولی تنش متناظر صفر خواهد بود. که در این حالت باز شدگی ترک را خواهیم داشت نرم

شدگی المان ها را از قبیل پل شدن الیاف و یا نرم شدگی ماتریکس) در ناحیه

$\epsilon_t < \epsilon < \epsilon_u$ اتفاق خواهد افتاد.

۵-۱۶ اصول مکانیک شکست

معیارهای سنتی و متداول شکست غالباً قادر نیستند بصورت کامل موارد

شکست سازه ای که در تنشهای خیلی کمتر از مقاومت نهائی اتفاق می افتد توجیه کنند.

مانند پل ها، مخازن، سازه های هوا فضا. از طرف دیگر آزمایشات انجام شده توسط

گریفیث ، در سال ۱۹۲۱ م. روی الیاف شیشه ای به این نتیجه گیری انجامید که مقاومت

واقعی مواد خیلی کمتر از مقاومت نظری آن می باشد. به منظور توضیح این پدیده ها

مبحث «مکانیک شکست» مطرح گردید. مکانیک شکست بر روی این فرضیه واقع بینانه

که «تمام مواد دارای نقص های شبه ترک بوده و این هسته اولیه آغاز شکست در قطعه

می باشد» بنا گردیده است کامپوزیتها معمولاً شامل ناپیوستگی هایی در طول ضخامت

به شکل ترکهای تیز، سوراخهای دایره‌ای می‌باشند که به جهت اهمیت آنها در طراحی توجه قابل ملاحظه‌ای بدانها شده است. برای پیشگونی مقاومت کامپوزیت‌های ترک دار یک روش قابل استفاده، استفاده از مفهوم مکانیک شکست الاستیک خطی (LEFM) می‌باشد.

تحلیل الاستیک خطی اجسام ترک دار

حتی هنگامی که جان افراد در خطر باشد، باز نمی‌توان اعضا و سازه‌های بدون نقص و عیب تولید کرد. مکانیک شکست، یک چارچوب لازم در مکانیک کاربردی است که برای توصیف رفتار چنین اعضا و سازه‌های ترک دار در اثر بارهای دینامیکی اعمال شده و محیط، ضروری است. بدون شک، اخیراً قدم‌های بزرگی در زمینه مکانیک شکست برداشته شده است که منجر به معرفی معیارهای جدید طراحی بر پایه توجه بیشتر به اثر ترک‌ها در سازه‌ها و همچنین در تعیین صحیح رشد آنها گردیده است. مکانیک شکست، طبق مطالب فوق برای ارزیابی کمی مواد زیر بکار می‌رود:

(۱) درجه اطمینانی که یک سازه در مقابل شکست ترد از خود بروز می‌دهد.

(۲) شرایط لازم برای شروع ترک، رشد و توقف آن

(۳) عمر باقیمانده در یک عضو تحت بارگذاری دینامیکی

انواع تغییر شکل نوع ترک

بطور کلی ایده‌آل سازی‌هایی که بر پایه نادیده گرفتن پلاستیسیته نوک ترک انجام میشود مکانیک شکست الاستیک خطی (LEFM) نامیده میشود که اصول آن توسط گریفیث معرفی شده است در چارچوب مکانیک شکست الاستیک خطی LEFM.

میدان تنش در مجاورت نوک ترک بستگی به طول ترک، تنش اعمال شده σ و یک ضریب پیکره Q دارد که نمایانگر اندازه عضو و سیمای هندسی آن است. با استفاده از تحلیل الاستیک خطی می‌توان نشان داد که میدان تنش الاستیک در مجاورت یک ترک می‌تواند بوسیله نمایش سری تا نور تنش σ_{ij} نشان داده شود.

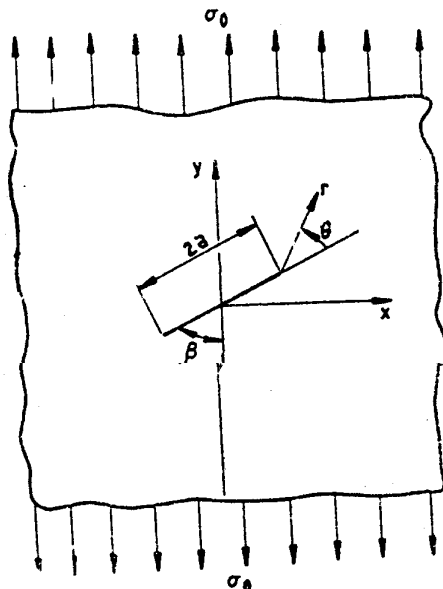
$$\sigma_{ij} = r^{-\frac{1}{2}} \left\{ k_I f_{ij}^I(\theta) + k_{II} f_{ij}^{II}(\theta) + k_{III} f_{ij}^{III}(\theta) + \dots \right\} \quad (33-5)$$

θ, r در مختصات قطبی موقعیت یک المان را جلوتر از نوک ترک بیان می‌کند.

K_I و K_{II} و K_{III} ضریب تمرکز تنش هستند که مربوط به سه نوع پایه تغییر مکان سطح ترک می‌باشند که در شکل نشان داده شده است و به روشهای مختلفی تعیین می‌گردند. از آنجا که در نوک ترک r کوچک می‌باشد، از عبارات مرتبه بالاتر صرفنظر می‌شود.

علیرغم این واقعیت، که بسیاری از موارد عملی ترکیبی از سه روش هستند، قسمت عمده کار مکانیک شکست به تحلیل جداگانه مودها اختصاص یافته است. این موضوع تا اندازه‌ای مربوط به سادگی کاربرد این روش و تا اندازه‌ای نیز به شدت آن روی عضو مربوط می‌شود. باید توجه داشت که شکل یک مود تنها با توجه به گذشت زمان می‌تواند به شکل دیگر تبدیل گردد که تولید مود مخلوط نماید. بعلاوه ترکهای واقعی عموماً شکل بی‌قاعده دارند و بنابراین در هر زمان ترکیبی از دو روش می‌تواند وجود داشته باشد. علیرغم این واقعیت که بسیاری از موارد عملی از نوع مود مخلوط هستند که در آنها یا بارهای اعمالی شده چند محوری می‌باشند یا ترک می‌تواند نسبت به بار اعمال شده دارای زاویه ای باشد، قسمت عمده وظیفه مکانیک شکست به تحلیل حالت ساده

(نوع I) اختصاص داده شده است برای آنکه تفاوت بین مودهای ساده و مخلوط روشن تر شود، یک مساله که شامل یک ترک عمقی که با جهت تنش اعمال شده مرز σ_0 دارای زاویه β می باشد را در نظر می گیریم [شکل (۵-۱۳)]. سؤالی که بلافاصله پیش می آید اینست که آیا روش مورد استفاده در تحلیل مسایل ترک تحت حالت بارگذاری I می تواند برای بررسی رفتار ترک های زاویه دار تعمیم یابد یا خیر؟ ترک زاویه دار مخالف حالت ترک مرکزی که در آن معمولاً ترک به روش خاص خودش رشد می کند. یعنی بیشتر در طول گسترش می یابد. ترک زاویه دار اینگونه نیست. به این ترتیب، هدف باید بدست آوردن هم جهت θ که ترک در طول آن رشد می کند باشد و هم مقدار بار اعمال شده σ_0 را که در آن ترک شروع به افزایش طول می نماید، باشد. فرق مهم دیگر بین مسایل ترک های مرکزی و زاویه دار در پاسخ آنها به بارهای اعمال شده است. در تحلیل مربوط



شکل ۵-۱۳: جهت گسترش ترک در حالت مود مخلوط

به مسأله‌ای که در وسط ترک دارد، ما همیشه تنش اعمال شده را به شکل کششی معرفی کرده‌ایم، چون تنش‌های فشاری که به شکل عمود بر یک ترک اعمال شده‌اند همواره آن ترک را خواهند بست و بنابراین نقش مهمی را در فرآیند شکست بازی نمی‌کنند. ولی در مساله حالت مرکب، اعمال تنش‌های فشاری یک میدان تنش ترکیبی را ایجاد خواهد نمود و همچنین می‌تواند محدوده‌های کششی را در نزدیکی نوک ترک با زاویه‌ای نسبت به صفحه ترک تولید نماید به شکلی که شکست بتواند به روشی مشابه با حالت بارگذاری کششی اتفاق بیفتد. روشن است که باید توجه شود که اگر چه تنش اعمال شده دارای ماهیت فشاری است، شکست واقعی با تنش‌های کششی در نزدیکی نوک ترک شروع می‌شود. عموماً برای پیش بینی جهت θ که در امتداد آن ترک برای هر مقدار β شروع به رشد می‌کند و همچنین پیش بینی مقدار با اعمال شده σ_0 که باعث شروع رشد ترک می‌شود، چندین روش پیشنهاد شده است:

ساده ترین روش متکی بر این ایده است که رشد ترک در جهت عمود بر تنش مماسی ماکزیمم در محل یا در نزدیکی نوک ترک اتفاق افتد اولین تحقیق در مورد گسترش زاویه دار ترک تحت بارگذاری یکنواخت انجام شد و با توجه به تنش مماسی در نوک ترک، مقدار زاویه θ را که این تنش را به ماکزیمم می‌رساند پیدا کردند.

روش دوم استفاده از معیار چگالی انرژی کرنشی برای تعیین شروع گسترش و جهت آن است. در این کار در مورد جهتی بحث می‌شود، که در آن چگالی انرژی کرنشی کمتری مقدار را دارد و بر این جهت گسترش ترک به یک مقدار ماکزیمم در انرژی پتانسیل مربوط می‌شود.

روش دیگر به نام معیار نسبت تنش قائم می‌باشد. در این مدل فرض می‌شود

که جهت رشد ترک متناظر با جهت ماکزیمم مقدار نسبت تنش $R(r_0, \emptyset)$ می‌باشد.

$$\emptyset R(r_0, \emptyset) = \frac{\sigma_{\Phi\Phi}}{T_{\Phi\Phi}} \quad (34-5)$$

که $\sigma_{\Phi\Phi}$ تنش قائم موجود $T_{\Phi\Phi}$ مقاومت کششی می‌باشند.

چون تعیین مقاومت کششی در یک صفحه دلخواه مشکل است. $T_{\Phi\Phi}$ به شکل

فرمولی سازگار با داده های آزمایشگاهی ارائه می‌گردد. $T_{\Phi\Phi}$ باید

۱- برای یک ماده ایزوتروپ مستقل از \emptyset باشد

۲- برای رشد ترک موازی الیاف $T_{\Phi\Phi}$ باید برابر با مقاومت کششی جانبی گردد (Y_T)

۳- برای رشد ترک عمود بر الیاف $T_{\Phi\Phi}$ باید برابر با مقاومت کششی طولی گردد (X_T)

لذا یک فرمول پیشنهادی برای $T_{\Phi\Phi}$ عبارتست از:

$$T = X_T \sin^2 \beta + Y_T \cos^2 \beta \quad (35-5)$$

روش مورد استفاده دیگر معیار چند جمله‌ای تانسوری (Tensor polynomial criterion)

می‌باشد. در استفاده از این روش برای مسائل شکست فرض می‌شود که جهت رشد ترک در جهتی

است که مقدار $f(\sigma_i)$ ماکزیمم باشد.

$$f(\sigma_i) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (36-5)$$

مولفه‌های σ_i بر اساس آنالیز تنش در محیط پیوسته تعیین میشوند و

باید در یک فاصله محدود، r_0 ، از نوک ترک حساب شوند. بررسی‌های نشان داده

است که معیارهای چگالی انرژی کرنشی و نسبت تنش قائم مستقل از مقدار r_0

هستند ولی معیار چند جمله‌ای تانسوری به مقدار r_0 وابسته است [۲۰].

مقدمه‌ای بر DEM

در این فصل روش المان مجزا مرور می‌گردد که در واقع جنبه اصلی مدلسازی در این پایان نامه می‌باشد. در اینجا پس از ذکر تاریخچه‌ای از روش المان مجزا، در مورد نحوه مدلسازی کامپوزیتها ارائه می‌گردد و به دنبال آن روشهای اعمال قیود و مسائل دیگر مرتبط با آن شرح داده میشود.

مدلسازی توزیع تنش در اجسامی که تحت وضعیتهای غیر خطی (مادی و هندسی) قرار دارند عموماً بوسیله تکنیکهای اجزای محدود (FEM) انجام میشود بهر حال (FEM)، ریشه در مفاهیم مکانیک پیوسته دارد و برای بررسی مسائل نظیر انتشار ترک و قطعه قطعه شدن مناسب نیست. در مقابل روش المان مجزا (DEM)، مشخصاً برای حل مسائلی بکار می‌روند که ناپیوستگی‌های شدیدی را در رفتار هندسی و مادی شامل میشوند.

روش المان مجزا کل محیط را به مجموعه‌ای از اجسام مجزا تقسیم بندی می‌کند. که این قطعات علاوه بر پاسخ شکل پذیر درون خودشان، با یکدیگر نیز اندر کنش دارند (از طریق یک اندر کنش به شکل تماسی). یک روش کارا تر استفاده از ترکیب روش‌های المان مجزا / محدود می‌باشد [۳۰]

مبدأ اصلی روش المان مجزا به ۶۰ سال قبل بر می‌گردد که در بررسی رفتار صخره‌های درزدار (jointed rocks) بکار برده می‌شد و مدل مورد استفاده ناپیوستگی‌هایی را درون یک محیط پیوسته شامل می‌شد. اولین اشاره مستقیم به این

روش توسط Cundoll در سال ۱۹۷۱ بوده و *discnete element method* نامیده شد .
وی سنگها را بعنوان المانهای صلب مجزا مدل کرد که با یکدیگر در طول لایه میانی اندر
کنش داشته و بدین وسیله رفتار صخره‌های درزدار را بررسی کرد . پیشرفتهای بیشتر
زمانی حاصل گردید که رفتار شکل‌پذیر را برای رسیدن به یک مدل‌سازی دقیقتر برای هر
کدام از المانهای مجزا در نظر گرفتند . جدیدترین پیشرفتهای بر اساس مدل‌های فیزیکی و
الگوریتم‌های عددی مرتبط با آنها صورت گرفته است . بکارگیری الگوریتم‌های اندر کنش
تماسی و شناسایی تماسی گام بزرگی در این راستا بود .

بهرحال ، کاربردهای عمده برای DEM ، در بسیاری از علوم دیگر نیز به چشم
می‌خورد. برای مثال ، هنوز هم گرایش زیادی به استفاده از DEM در کاربردهای
ژئومکانیک (geomechanical) وجود دارد . مسائلی نظیر انفجار صخره‌ها که به اندر
کنش خاک و گاز نیاز دارد . همچنین DEM در مدل‌سازی مواد دانه‌ای و مطالعه
محیط‌های متخلخل ، یک روش مورد علاقه می‌باشد [۱۷].

آنالیز قطعه قطعه شدن و شکست پیش رونده در بارگذاری ضربه‌ای یا انفجاری
بطور کلی از توسعه روش المان مجزا بهره می‌جوید . اولین تلاشها برای مدل‌سازی
گسیختگی صفحات کامپوزیتی با DEM توسط shen [۲۱] انجام شد که یک الگوریتم
مجازسازی گره‌ای را بکار برد .

اجزای اصلی در سیستم‌هایی که توسط DE مدل می‌گردند عبارتند از : روشهای
مدلسازی ، شناسایی تماسی ، اندر کنش تماسی ، فیزیک مسأله (مش‌بندی مجدد ،
شکست) ، مشاهده نتایج . موضوع اصلی این فصل اینست که اندرکنش تماسی توضیح

داده شود. در اینجا سعی میشود که قانونهای کلی برای مدلسازی نمونه‌های کامپوزیتی توضیح داده شود تا رفتار شکست آنها را بوسیله آنالیز المان مجزا بررسی کند. شکل (۳۷) یک تیر کامپوزیتی معمولی را که در معرض یک بار ضربه‌ای واقع است را نشان می‌دهد. ناحیه احتمالی جداشدگی بوسیله مش المان مجزا (DE) و بقیه تیر بوسیله یک مش المان محدود (FE) مدل می‌شود. همچنین می‌توان کل تیر را با المانهای مجزا مدل نمود که در این مورد امکان جداشدگی در سرتاسر تیر بررسی میشود. یک مش مرکب سبب می‌گردد که از محاسبات اندر کنشی و شناسایی تماسی غیر ضروری که در واقع قسمت اصلی زمان آنالیز هستند، جلوگیری می‌شود.

هر لایه یا گروهی از لایه‌های مشابه توسط یک المان مجزا مدل میشود هر المان مجزا نیز به منظور آنالیز تغییر شکلها و شکست توسط یک مش المان محدود، مدلسازی می‌گردد که ممکن است خصوصیات غیر خطی مادی و یا غیر خطی هندسی (تغییر شکلهای بزرگ) داشته باشد. رفتار بین لایه‌ای المانهای مجزا بوسیله قوانین چسبندگی، که شامل اندر کنشهای اصطکاکی و تماسی بعد از مرحله جداشدگی است، تعیین میشود.

اندر کنش بین المانهای محدود (نه آنهایی که درون المانهای مجزا بکار برده شده‌اند و المانهای مجزا توسط المانهای انتقالی مدل می‌شود. المان انتقالی بعنوان یک المان قائم تعریف میشود که دارای مقاومت‌های چسبندگی خیلی زیاد می‌باشد. تمام المانهای میانی در ابتدا طبق معیار جداشدگی کنترل می‌شوند. اولین مرتبه که دو لایه جدا می‌شوند، لایه میانی متناظر هنوز قابلیت اندر کنش اصطکاکی و تماس بیشتر را

داراست . بهر حال بعد از وقوع جداسازی شکست‌های درون مش‌های مجزا بررسی می‌شوند . معیارهای لازم برای ورود شکست در فصل چهارم مورد بحث قرار گرفته‌اند و بکارگیری عملی که شامل الگوریتم مش‌بندی مجدد برای ناحیه شکست می‌باشد ، در بخش پنجم توضیح داده شده است . ایجاد سطوح و گره‌های جدید ، در اثر شکست ، محاسبات اندرکنش چسبندگی را پیچیده‌تر می‌کند . این حالت در یک الگوریتم مبتنی بر محیط پیوسته ، اگر غیر ممکن نباشد ، بسیار پیچیده‌تر خواهد بود .

همانطوریکه ذکر شد یک سیستم المان ترکیبی مجزا / محدود از چندین قطعه که هر کدام مربوط به مش‌های متفاوت المان محدود بوده و در اندرکنش با یکدیگر هستند تشکیل می‌گردد . در این ارتباط یکی از نکات اصلی رفتار برخورد تماسی قطعات است بعنوان مثال ، اعمال کردن یک قید بنحوی که هیچ نقطه‌ای در فضا مکانش توسط جسم دیگری در همان لحظه اشتغال نشود . از نقطه نظر الگوریتم دو جنبه در این روش ترکیبی برای مسأله تماس وجود دارد :

شناسایی‌تماسی (contact detction) و اندرکنش تماسی (Contact interaction).
به کمک شناسایی تماسی ، زوج‌هایی از المانهای مجز که به یکدیگر نزدیک می‌باشند توسط الگوریتم تماسی شناسایی مشخص می‌شوند که مسأله مهم در اینجا هزینه‌های حافظه و زمان می‌باشد . الگوریتم‌های شناسایی تماسی متفاوتی در سالهای اخیر پیشنهاد شده‌اند [۲۳ ، ۱۷] . بعد از مرحله شناسایی بین دو المان ، یک الگوریتم اندرکنش تماسی بایستی برای محاسبه نیروهای تماسی بکار گرفته شود . مسائل اندرکنش تماسی در زمینه المان مجزا / محدود از اهمیت خاصی برخوردار است زیرا در

این روش مسأله اندرکنش تماسی بیانگر رفتار حاکم بر سیستم متشکل از قطعات مجزا است .

مکانیک تماس در بسیاری از کاربردهای عددی برای مهندسين از اهمیت خاصی برخوردار است از جمله این کاربردها می‌توان به طراحی اتومبیل ، اندرکنش خاک و سازه ، اندرکنش سازه و سازه اشاره نمود [۲۴] غیر خطی بودن مسأله تماس (که در بازه خاصی از زمان وارد معادلات میشود) مجهول بودن محل اعمال نیروی تماسی در بسیاری از مسائل پیچیدگی کار را نشان می‌دهد . بدلیل توانایی محدود روشهای تحلیلی ، روشهای عددی برای این مسأله بکار گرفته شده است .

۶-۲ Contact Interaction

وقتی دو جسم بهم برخورد کنند شرط عدم نفوذ دو جسم در یکدیگر بایستی بگونه‌ای در معادلات وارد شود اعمال این قید منجر به تعیین نیروهای تماسی خواهد شد که برای تعریف جابجایی المانهای مجزا در گام زمانی بعدی در یک روش دنیا میکی صریح الزامی است .

روشهای اعمال قید

قید اختصاص دادن مقداری به یک درجه آزادی است و یا اینکه رابطه‌ای بین دو یا چند آزادی می‌باشد . قید می‌تواند به شکل ریاضی بصورت (۶-۱) $\mathbf{Cu}=\mathbf{Q}$ ارائه گردد که \mathbf{C} ماتریس ضرائب مربوط به قید ، \mathbf{u} بردار جابجایی و \mathbf{Q} بردار ضرائب ثابت است . این معادله بایستی به معادلات دیگر سیستم اضافه شود و بطور همزمان حل گردد .

روشهای متفاوتی برای حل این سری از معادلات پیشنهاد شده است یک روش که امروزه بیشتر بکار می‌رود ، استفاده از مفهوم مینیمم کردن انرژی پتانسیل کل برای بدست آوردن معادلات لازم است. در این روش اعمال معادله قید به کمک اصول تغییراتی انجام میشود . بدین ترتیب که انرژی کل جسم را به شکل زیر بنویسیم :

$$\bar{\Pi} = \Pi(\mathbf{U}) + \Pi^{\text{con}}(\mathbf{C}, \mathbf{U}, \dots) \quad (2-6)$$

Π^{con} ، فانکشنال قید ، $\Pi(\mathbf{U})$ فانکشنال سیستم مقید نشده است . اگر معادله فوق را در شکل تغییراتی بنویسیم

$$\delta \bar{\Pi} = \delta \Pi + \delta \Pi^{\text{con}} \quad (3-6)$$

با حل معادله $\delta \Pi = 0$ ، قید بطور همزمان به سیستم اعمال میشود . برای اعمال قید و تعریف درستی از ضرائب قید (\mathbf{C}) و فانکشنال قید (Π^{con}) روشهای متفاوتی ارائه گردیده است که بطور مختصر توضیح داده میشود.

۱- روش پنالتی

در این روش با توجه به اینکه $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$ همیشه مثبت بوده و وقتی که قید کاملاً ارضا شود مقدار آن برابر با صفر خواهد بود تابع فانکشنال قید بدست می‌آید :

$$\begin{aligned} \delta(\mathbf{C}^T \mathbf{C}) &= 0 \\ \Pi^{\text{con}} &= \frac{1}{2} \alpha \int \mathbf{C}^T(\mathbf{u}) \mathbf{C}(\mathbf{u}) d\Omega \end{aligned} \quad (4-6)$$

α مقدار ضریب پنالتی می‌باشد . جزئیات بیشتر فرمولاسیون در ادامه خواهد آمد .

در محیطهای نا پیوسته یکی از روشهای بسیار موثر می‌باشد بعلاوه در مسائل دینامیکی صریح تقریباً غیر از این روش راه دیگری موجود نیست . روش ساده‌ای بوده ولی جواب

دقیق حاصل نمی‌گردد و در حل مسائل باید به دنبال اصلاح قیدها باشیم به لحاظ تئوری وقتی جواب دقیق حاصل می‌شود (قید بطور کامل ارضا می‌شود) که α به سمت بی‌نهایت میل کند. که این حالت می‌تواند مشکل ill-condition را در حل معادلات ایجاد کند. بطور خلاصه مزایا و معایب این روش عبارتند از:

- اعمال قید به شکل یک معادله اضافی به سیستم تحمیل نمی‌گردد
- قید بطور کامل ارضا نمی‌شود و برای رسیدن به جواب‌های بهتر بایستی رنج مناسبی برای α انتخاب گردد که معمولاً در بازه $[0.5E, 2E]$ انتخاب می‌شود. E مدول الاستیسته می‌باشد. اگر α بزرگ انتخاب شود ماتریس سختی دچار مشکل می‌گردد و اگر α خیلی کوچک انتخاب شود قید به شکل کامل ارضا نمی‌گردد.
- در روشهای حل بطریق صریح مقادیر بزرگ α منجر به کاهش مقدار گام زمانی بحرانی Δt_{cr} می‌گردد و روش حل را پر هزینه می‌کند.

در اکثر مسائل مکانیک تماس از این روش استفاده می‌شود و در تحقیق حاضر نیز این روش بکار گرفته شده است.

۲- روش حداقل مربعات

در این روش فانکشنال قید بوسیله $\Pi = 0$ تعریف می‌شود و روشی مشابه روش پنالته بکار برده می‌شود.

$$\bar{\Pi} = \int C^T(\mathbf{u})P(\mathbf{u})d\Omega \quad (5-6)$$

که p یک ماتریس قطری می‌باشد. این روش در اجزای محدود کاربرد ندارد.

Lagrangian Multiplier

۳- ضرائب لاگرانژی

در این روش قید توسط فانکشنال زیر تعریف میشود

$$\Pi^{\text{con}} = \int \lambda^T \mathbf{C}(\mathbf{u}) d\Omega \quad (6-6)$$

که λ ضریب لاگرانژ نامیده میشود و بر خلاف α که عدد ثابت بود، λ متغییر می باشد.

$$\delta \bar{\Pi} = \delta \Pi + \int \delta \lambda^T \mathbf{C}(\mathbf{u}) d\Omega + \int \lambda^T \delta \mathbf{C}(\mathbf{u}) d\Omega \quad (7-6)$$

نکات اصلی این روش عبارتند از :

- در این روش جواب دقیق حاصل می گردد زیرا قید بطور کامل ارضاء میشود.
- معادلات مرتبط به ضرائب لاگرانژ به معادلات دیگر سیستم اضافه می گردد.
- این معادلات منجر به حضور عدد صفر روی قطر اصلی ماتریس سختی می گردند که می تواند در برنامه نویسی مشکل ساز باشد.
- در این روش یک متغییر جدید داریم که از جنس بقیه متغییرها نیست و در سوار کردن برنامه اجزای محدود مشکل ساز می گردد.

۴- روش لاگرانژی آشفته Perturbed Lagrangian Method

این روش در واقع بسطی از روش کلاسیک لاگرانژی می باشد که جمله اضافی به روش قبلی اضافه می گردد تا از جملات قطری صفر جلوگیری کند.

$$\Pi^{\text{con}} = \int \lambda^T \mathbf{C}(\mathbf{u}) d\Omega - \int \lambda^T \mathbf{A} \lambda d\Omega \quad (8-6)$$

که \mathbf{A} ماتریس قطری به شکل زیر است

$$A_{ij} = \frac{1}{\alpha_i} \quad (9-6)$$

که α_i ضریب پنالتی مرتبط با هر معادله قید است. توجه شود که لگوریتم مشابه روش پنالتی است هرگاه $\alpha \rightarrow \infty$. این روش نیز به جوابهای دقیق منجر نمی‌گردد.

۵- روش لاگرانژی افزایشی Augmented lagrangian Method

هدف از این روش توسعه دو روش پنالتی و ضرائب لاگرانژی است تا معایب این دو روش را به حداقل برساند.

$$\Pi^{\text{con}} = \int \lambda^T \mathbf{C}(\mathbf{u}) d\Omega + \alpha \int \mathbf{C}^T(\mathbf{u}) \mathbf{C}(\mathbf{u}) d\Omega \quad (10-6)$$

در این روش به کمک مقداری برای α ، مسأله با روش تکرار برای یافتن λ دنبال میشود و تا زمانی ادامه می‌یابد که به $\Delta \lambda$ مقدار حداقل مشخص برسد. در این معادله λ ماهیت نیرو داشته و $\Delta \lambda$ تغییر در نیروی مماس می‌باشد. نکات اصلی این روش عبارتند از:

- این روش به معادله اضافی نیاز ندارد.
- به مقدار بزرگ ضریب پنالتی نیازی نداریم لذا ماتریس‌ها شرایط مطلوبی دارند.
- در این روش قیدها در محدوده‌ای که کاربر تعیین می‌مند ارضاء می‌گردد.
- به یک روش حل تکراری در این روش نیاز است که البته در مسائل تماس معمولاً روش تکراری نیازمندیم.

جزئیات روش پنالتی

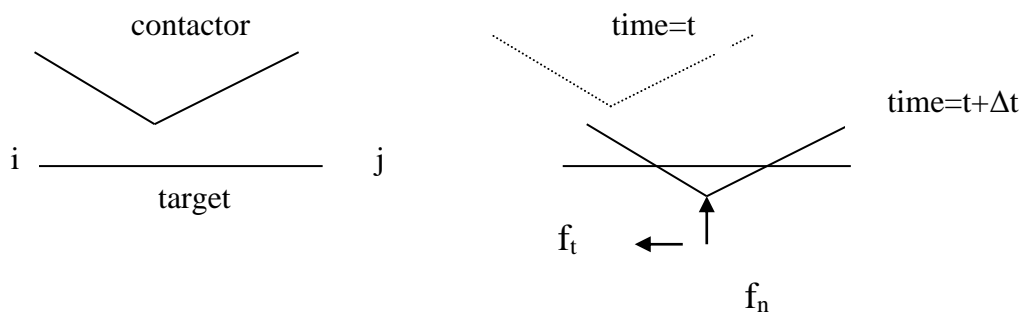
همانطوریکه ذکر گردید در آنالیز مکانیک تماس قید بیانگر شرط نفوذ ناپذیری است معادله قید برای دو گروه که مستقیماً در تماس با یکدیگر هستند می‌تواند به شکل زیر باشد:

$$\mathbf{C} \equiv \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1 = 0 \quad (11-6)$$

در روش پنالتی از مقدار نفوذ جسم برخورد کننده برای تعیین نیروهای تماسی بین دو جسم استفاده می‌گردد [شکل (۶-۱)].

شکل کلی معادله (۶-۱۱) برای تماس بین دو جسم به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mathbf{g} = [\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1] \cdot \mathbf{n} \geq 0 \quad \text{روی } \Gamma_C \quad (۶-۱۲)$$



الف- قبل از تماس

ب- بعد از تماس

شکل ۶-۱: بردارهای نسبی جابجایی مماسی و قائم

که \mathbf{g} جابجایی نسبی است و \mathbf{x}^1 و \mathbf{x}^2 بترتیب وضعیت تغییر شکل یافته جسم ۱ و ۲ هستند و \mathbf{n}

بردار قائم در سطح تماس و Γ_C مرز تماس است

$$\Gamma_c = \Gamma^1 \cap \Gamma^2$$

بنابراین شکل تغییراتی معادله به شکل صریح بیان می‌شود .

$$\begin{aligned} \delta W^{\text{con}} &= \int_C \alpha \mathbf{g} \delta \mathbf{g}(\mathbf{u}) da \\ \delta W^{\text{con}} &= \int_{\Gamma_c} \alpha \mathbf{g} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} da \end{aligned} \quad (13-6)$$

معادله (۱۳-۶) را می‌توان در جملاتی از بردار نیروی تماسی نوشت

$$\delta W^{\text{con}} = \int_{\Gamma_c} \mathbf{f}^{\text{con}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \sigma \mathbf{u} da \quad (14-6)$$

رابطه کار مجازی بر حسب نیروهای تماسی مرتبط با گره تماس به شکل زیر تعریف میشود .

$$\delta W^{\text{con}} = f_k^{\text{con}} \delta g_k = f_k^{\text{con}} \frac{\partial g_k}{\partial u_i^s} \delta u_i^s \quad (15-6)$$

که $k=n,t$ و $i=x,y$ و مولفه i ام بردار جابجایی در گروه s و $\mathbf{g} = (g_n, g_t)$ بردار جابجایی نسبی (gap) است و f^{con} بردار نیروی تماسی روی سطح A^c می‌باشد .

$$\mathbf{f}^{\text{con}} = \mathbf{A}^c \boldsymbol{\sigma}^c, \boldsymbol{\sigma}^c = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \alpha_n & 0 \\ 0 & \alpha_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_n \\ g_t \end{bmatrix} \quad (16-6)$$

که $\boldsymbol{\alpha}$ ماتریس ضرایب پنالتی است که برای بردار جابجائی نسبی مماسی و قائم متفاوت است . نیروهای پس ماند متناظر برابر است با :

$$r_i^s = f_k^{\text{con}} \frac{\partial g_k}{\partial u_i^s} \quad (17-6)$$

مشتق جزئی معادله (۶-۱۷) جهت و توزیع نیروهای تماسی مماسی و قائم را تعریف می‌کند. نیروهای تماسی محاسبه شده در اینصورت بین گره‌های جسم برخورد کننده و هدف توزیع می‌گردد.

بردارهای جابجایی نسبی قائم و مماسی برای هر زوج تماسی به کمک مختصات زوجها در هر گام زمانی محاسبه می‌گردند. سپس بوسیله تصویر کردن مختصات در گام‌های موجود پیشین نسبت به یک سیستم مرجع بردارها در آن سیستم محاسبه می‌گردند. مطالب فوق‌الذکر در مراجع [۱۷ و ۳۱] استفاده گردیده است.

۳-۶ Normal Contact (شرح الگوریتم رفتار قید تماسی به کمک روش

پنالتی)

در این قسمت فرمولاسیون‌های لازم که در برنامه اجزای محدود بکار می‌رود، مورد بحث قرار می‌گیرد. بحث برای حالت دو بعدی دنبال میشود و در حالت سه بعدی هم روند کار تفاوتی ندارد فقط برنامه‌اش پیچیده‌تر است.

مشخصات الگوریتم :

۱- تعریف هندسه

۲- جستجوی کلی

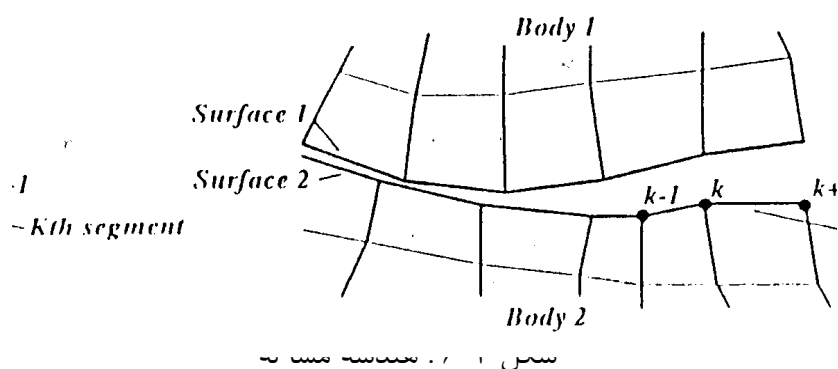
۳- جستجوی محلی

۴- اندرکنش

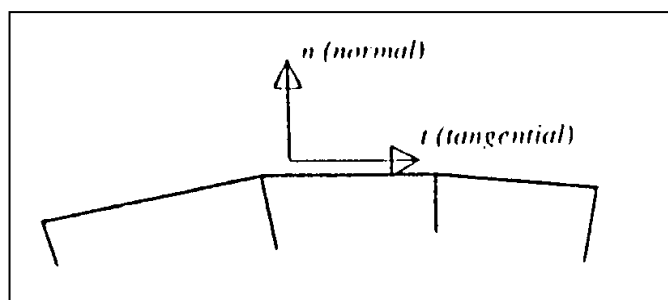
توجه : دو سطح مورد نظر بهم وصل میشوند تا یک زوج تماسی (Contact Pair) یا خط لغزش (Slide Line) را تشکیل دهند .

۱- تعریف هندسه

سطح تماس دو جسم که بهم برخورد می‌کنند به اجزای مناسبی شامل (نقطه، المان) تقسیم گردیده و شماره گذاری میشود [شکل (۲-۶)] [گره‌های مشخص شده روی هر سطح بایستی برای نفوذ در سطح دیگر کنترل شوند .



بردارهای نرمال و مماسی مشخصی در نظر گرفته میشوند ، جهت بردار نرمال بایستی به سمت بیرون باشد ولی جهت بردار مهم نیست و در روابط خودش را نشان نمی‌دهد .

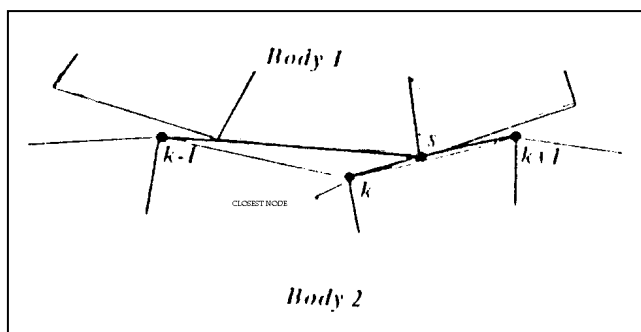


شکل ۳-۶: جهت بردارهای مماسی قائم و مماسی

۲- جستجوی کلی

در این قسمت نزدیکترین گره روی سطح ۲ (Master) به گره مورد نظر روی سطح ۲ (Slave) پیدا می‌شود. برای اینکار در ازای هر گره s روی سطح ۱، نزدیکترین گره روی سطح مخالف (k) به کمک تعیین فاصله با هر گره تعیین میشود.

$$l = \text{Min} \left\| \|x_s^1 - x_k^2\| \right\| \quad (۱۸-۶)$$



شکل ۴-۶: نزدیکترین گره برخورد

در بسیاری از کاربردها فرمولاسیون جستجوی کلی لازم است فقط یکبار انجام شود.

۳- جستجوی محلی

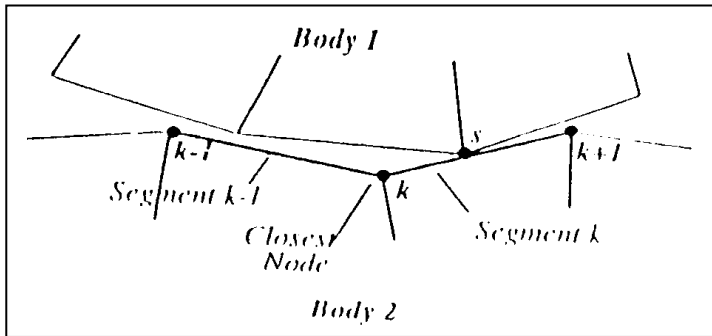
در این مرحله، آن المانی که روی سطح ۲ واقع است و گره s به آن برخورددار خواهد کرد تعیین میشود.

$$\mathbf{r}_{ks} \cdot \mathbf{t}_k \geq 0 \quad \text{اگر}$$

در اینصورت گروه s به المان k تماس خواهد داشت

$$\mathbf{r}_{ks} \cdot \mathbf{t}_{k-1} \geq 0 \quad \text{اگر}$$

در اینصورت گره s به المان $k-1$ تماس خواهد داشت .



شکل ۵-۶: نزدیکترین المان برخورد

۴- اندرکنش

در این قسمت نیروهایی که در اثر برخورد حاصل می‌گردد تعیین میشوند .

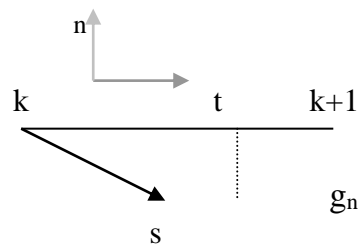
۱- کنترل نفوذ

چک می‌کنیم که آیا نفوذ رخ داده است یا خیر .

$$\mathbf{n} = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{t} \quad (۶-۱۹)$$

$$g_n = \mathbf{r}_{ks} \cdot \mathbf{n}$$

IF $g_n < 0 \Rightarrow$ نفوذ رخ داده است



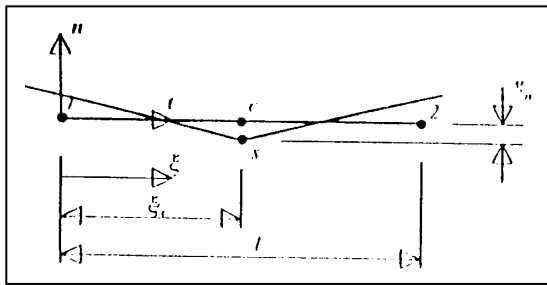
شکل ۶-۶: کنترل نفوذ گره

\mathbf{n} بردار نرمال سطح مورد نظر، \mathbf{e}_3 بردار عمود بر سطح و \mathbf{t} بردار مماسی سطح می‌باشد.

۲- نقطه تماس محلی

در صورت وجود نفوذ، نقطه تماس را تعیین می‌کنیم در یک دستگاه مختصات محلی.

$$\xi_c = \frac{1}{l} (\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_1) \cdot \mathbf{t} \quad (۶-۲۰)$$

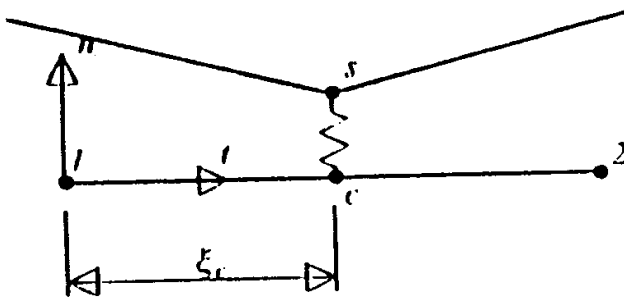


شکل ۶-۷: موقعیت نقطه تماس

۳- محاسبه نیروی پینالتهی و سختی‌های متناظر

قید تماسی مشابه قرار دادن فنری بین گره و المان تماس می‌باشد نیروی حاصله طبق مقدار نفوذ

$$\mathbf{k}_u \mathbf{u}_c = \mathbf{f}_c \quad (۶-۲۱)$$



شکل ۶-۸: مشابه سازی تماس و نیروی فنر

\mathbf{f}_c نیرویی است که به گروه s وارد می‌کنیم و باید بین گره‌های ۱ و ۲ توزیع شود.

$$\mathbf{f} = \alpha \mathbf{g}_n \times \begin{bmatrix} \mathbf{n} \\ -N(\xi_c)\mathbf{n} \\ -N(\xi_s)\mathbf{n} \end{bmatrix} = \alpha \mathbf{g}_n \mathbf{N}_s, \quad \begin{matrix} N_1 = 1 - \xi \\ N_2 = 1 - \xi \end{matrix} \quad (22-6)$$

۴-۶ Frictional Contact (مدلسازی رفتار مماسی روی یک سطح تماس)

$$\mathbf{f}_t = \alpha \mathbf{g}_t \quad (23-6)$$

الف - تعریف مماس الاستیک و جابجایی تماسی)

\mathbf{f}_t : نیروی مماسی

$$\mathbf{g}_t = {}^t \mathbf{g}_t + ({}^{t+\Delta t} \xi_c - {}^t \xi_c) \mathbf{1} \quad \mathbf{g}_t: \text{مماسی}$$

α_t : سختی مماس الاستیک یا ضریب پنالتی

ξ_c مختصات محلی نقطه C است که بوسیله تصویر قائم نقطه تماسی روی المان

(Segment) تعریف میشود بعنوان مثال

$$\xi_c = \frac{1}{l} (\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_1) \cdot \mathbf{t} \quad (25-6)$$

انرژی پتانسیل که شامل جملات تماسی است به صورت زیر است .

$$\bar{\Pi}(\mathbf{u}) = \Pi(\mathbf{u}) + \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T \alpha_t \mathbf{g}_t \quad (26-6)$$

α_t ضریب پنالتی می باشد . مینیمم سازی (۲۶-۶) منجر میشود به :

$$\delta \bar{\Pi} = \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{u}} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \mathbf{g}_t^T \alpha_t \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \quad (27-6)$$

طبق شرط متعادل باید $\bar{\Pi}(\mathbf{u}) = 0$ و بنابراین

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{u}} + \mathbf{g}^T \alpha_t \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} = 0 \quad (28-6)$$

با توجه به جمله دوم در رابطه فوق داریم

$$\mathbf{f}_t^{\text{int}} = \alpha_t \mathbf{g} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \quad (29-6)$$

$$\mathbf{K}_t = \frac{\partial \mathbf{f}_t^{\text{int}}}{\partial \mathbf{u}} = \alpha \left[\left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} + \mathbf{g}^T \frac{\partial^2 \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}^2} \right] \quad (30-6)$$

بدست آوردن نیروی مماسی

جهت تعیین مماسی در دستگاه مختصات محلی معادله () را به شکل زیر می‌نویسیم .

$$\delta \mathbf{g}_t = \delta \xi_c^t \mathbf{1} \quad (31-6)$$

اندیس $t + \Delta t$ برای سادگی حذف شده است .

بعد از انجام محاسبات مربوط به $\delta \xi_c$ [25]

$$\delta \mathbf{g}_t = \frac{1}{1} \left\{ [\delta u_s - (1 - \xi_c) \delta u_2] \cdot t + \frac{g_n}{1} (\delta u_2 - \delta u_1) \cdot n \right\} \quad (32-6)$$

و

نیروی مماسی برابر است با :

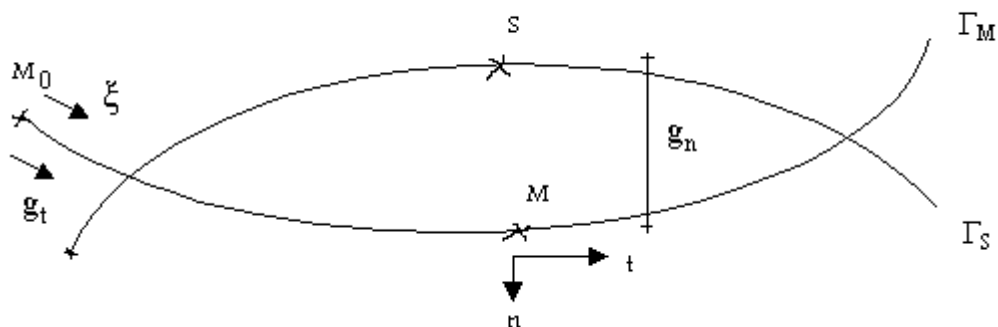
$$\mathbf{f}_t^{\text{int}} = \alpha_t \mathbf{g}_t \frac{1}{1} \left\{ [\delta u_s - (1 - \xi_c) \delta u_2] \cdot t + \frac{g_n}{1} (\delta u_2 - \delta u_1) \cdot n \right\} \quad (33-6)$$

ب - مدل سازی لغزش اصطکاکی [رفتار ناحیه پلاستیک برای نفوذ قائم و مماسی]

فرض کنیم یک مسأله کلی از friction داشته باشیم و سطوحی را در نظر

بگیریم که روی هم می‌لغزند . به این ترتیب با دو مسأله مواجه هستیم : تغییر شکل

پلاستیک و اندرکنش و وابستگی با یکدیگر .



شکل ۹-۶: پارامترهای مساله friction (شکل در مقیاس بزرگ رسم شده است)

g_n و g_t متغیرهای مستقل هستند.

$$\begin{aligned} g_n &= g_n n \\ g_t &= g_t t \\ g_n &= (x_S - x_M) \cdot n \\ g_t &= \xi(x_M) - \xi(x_{M_0}) \end{aligned} \quad (۳۴-۶)$$

در روابط بالا M : نزدیکترین نقطه به یک نقطه مورد بررسی در (S)slave

g_n : مقدارش مشخص است

g_t : باید نسبت به یک نقطه اولیه تعیین شود.

اگر در یک مرحله از آنالیز، دو جسم از هم جدا شوند باید M_0 جدیدی را برای تماس

مجدد تعریف کنیم. اگر روی سطح یک لایه پوشیده باشد این لایه ضمن Contact

می تواند رفتار سخت شوندگی یا نرم شوندگی بوجود آورد.

مشابه سازی بین Plasticity و Friction

Friction

stick-slip decomposition
 $(g = g^e + g^p)$

Plasticity

Elastic-plastic
 $\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p$

Stick response
Slip Criterion
Wear and Tear rules
Slip rule

Elastic response
Yield criterion
Hardening and softening
Flow rule

در اینجا به توضیحاتی پیرامون مسائل مربوط به Friction می‌پردازیم برای دیدن جزئیات بیشتر به [۲۵] مراجعه شود .

decomposition

$$\begin{aligned} g_n &= g_n^e + g_n^p & (35-6) \\ g_t &= g_t^e + g_t^p \end{aligned}$$

p و e بیانگر تغییر شکل‌های پلاستیک و الاستیک می‌باشند . g_n^p که تغییر شکل پلاستیک یک

لایه فرضی (واقعی) در راستای قائم می‌باشد معمولاً صفر در نظر گرفته می‌شود .

Stick response

$$\begin{aligned} \sigma_n &= f(g_n^e) & (36-6) \\ \tau &= g(g_t^e) \end{aligned}$$

یعنی تنش‌های الاستیک تابعی از جابجایی نسبی الاستیک می‌باشند بعنوان مثال

$$\sigma_n = a \exp(b|g_n^e|) \quad (37-6)$$

$$\tau = C_t |g_t^e|^n$$

که ضرائب a و C_t برای مواد مختلف مشخص می‌باشد

Slip Criterion

$$F = F_{sl}(\sigma_c, q_c) \quad (38-6)$$

در حالت دو بعدی به شکل زیر می باشد

$$F_{sl} = \|\tau\| - \tau_{sl}(\sigma_n) \quad (۳۹-۶)$$

برای تعیین قوانین متعددی از جمله قانون کولمب ، مدل‌های مثلثاتی و ... وجود دارد [۲۵]

wear and Tear

در پلاستیکه مدل غیر ایزوترب سخت شوندگی نداریم ولی خود ماده را می توانیم غیر ایزوتروپ بگیریم ولی در مسأل Friction می توانیم داشته که مدلسازی آن هم مشکل است .

Slip rule

$$\dot{g}_n^p = \gamma_{sl} \frac{\partial \Phi_{sl}}{J \sigma_n} \quad (۴۰-۶)$$

$$\dot{g}_{t_1}^p = \gamma_{sl} \frac{\partial q_{sl}}{\partial \tau_1}$$

$$\dot{g}_{t_2}^p = \gamma_{sl} \frac{\Phi_{sl}}{\tau_2}$$

$\dot{\gamma}_{sl}$ مشابه $\Delta \lambda$ در پلاستیکه می باشد . اگر $\Phi_{sl} = F_{sl}$ باشد قانون لغزش راه قانون لغزش وابسته گوئیم .

همانطوریکه دیدیم در برخورد بین دو جسم در نقطه تماس اگر مقدار نفوذ از حدی بیشتر شود تسلیم شدن را خواهیم داشت یعنی در اینصورت مقدار کل نفوذ را به شکل زیر می نویسیم .

$$g_t = g_t^e + g_t^p \quad (۴۱-۶)$$

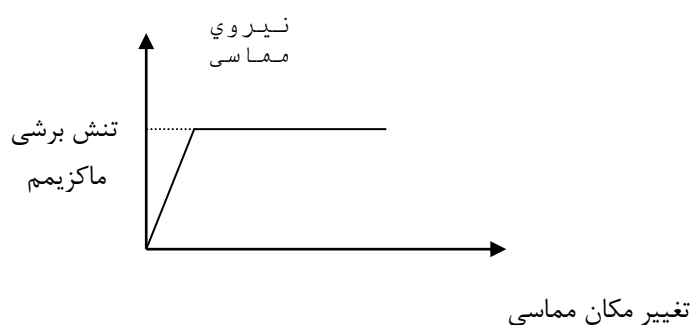
$$g_n = g_n^e + g_n^p$$

ازمایشات نشان می دهند که g_n^p صفر بود و $g_t^e = g_n^e + g_t^p$ ولی لغزش اصطحاکای می توانیم داشته باشیم معیارهای تسلیم بسیاری برای در نظر گرفتن لغزش اصطحاکای موجود می باشد یک از این معیارها معیار کولمب می باشد . بر اساس این معیار دو جسم در

تماس با یکدیگر تا وقتی که نیروی برشی به مقدار ماکزیمم خود نرسد به یکدیگر لغزشی نشان نمی‌دهد. معیار کولمب را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$\Phi = \|f_t\| - \mu f_n \quad (۴۲-۶)$$

در این معادله μ ضریب اصطکاک می‌باشد.



شکل ۱۰-۶: معیار کولمب

با استفاده از قانون جریان و فرض ثابت بودن نیروی عمودی g_t^p را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$\Delta g_t^p = \Delta \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial f_t} \quad (۴۳-۶)$$

$$\Phi = \|f_t\| - \mu f_n = (f_t \cdot f_t)^{\frac{1}{2}} - \mu f_n \quad (۴۴-۶)$$

$f_n = \text{Constant}$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f_t} = \frac{f_t}{\|f_t\|} = \text{sign}(f_t) \quad (۴۴-۶)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f_t} = \frac{f_t}{\|f_t\|} = \text{sign}(f_t) \quad (۴۵-۶)$$

الگوریتم بهنگام کردن تنش و تغییر را می توان به شکل زیر خلاصه کرد .

۶-۵ روش عددی بکار گرفته شده

شکل استاندارد تغییراتی یک مسأله [شکل (۱۱-۶)] با شرایط اولیه به صورت زیر

نوشته می شود

$$W^{int}(\delta \mathbf{u}, \mathbf{u}) + M(\delta \mathbf{u}, \mathbf{u}) = W^{ext}(\delta \mathbf{u}) + W^{con}(\delta \mathbf{u}) \quad (۴۶-۶)$$

که در آن

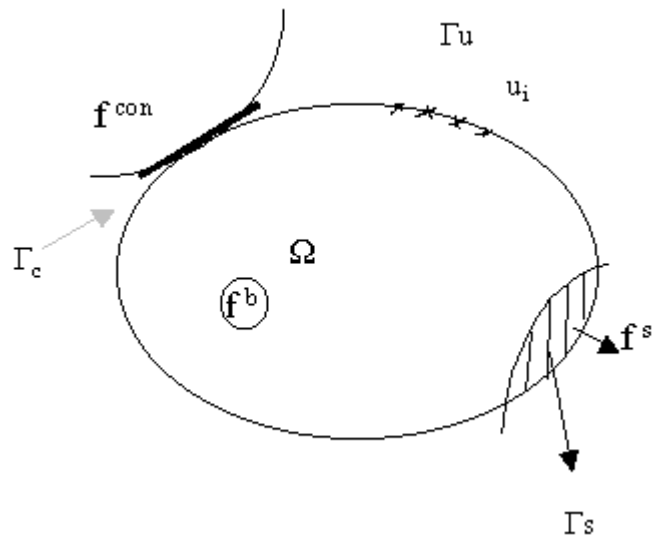
$$W^{int}(\delta \mathbf{u}, \mathbf{u}) = \int_{\Omega} \delta \epsilon(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) dv \quad (۴۷-۶)$$

$$M(\delta \mathbf{u}, \mathbf{u}) = \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} dv, \quad (۴۸-۶)$$

$$W^{ext}(\delta \mathbf{u}) = \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{f}^{body} dv + \int_{\Gamma_{\sigma}} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{f}^{surf} da, \quad (۴۹-۶)$$

$$W^{con}(\delta \mathbf{u}) = \int_{\Gamma_c} \delta \mathbf{g}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{f}^{con} da \quad (۵۰-۶)$$

که در روابط بالا Ω حجم جسم مورد نظر، Γ مرز جسم در حالت استاندارد فرض می شود . مرز Γ_{u_i} دارای تغییر مکانهای اولیه u_i نیروی f_i^{surf} در سطح Γ_{σ} بر جسم اعمال می گردد . ضمناً Γ_c سطح تماس با جسم دیگری می باشد . در معادلات فوق $\boldsymbol{\sigma}$ ، تانور تنش کوشی ، ϵ تا نور کرنشی ، \mathbf{u} بردار جابجایی و \mathbf{g} بردار جابجایی نسبی (gap) می باشد .



شکل ۱۱-۶: نیروهای وارد بر یک جسم با شرایط اولیه

فرمولاسیون اجزای محدود

فرم تغییراتی (۶-۴۴) را به کمک روش گسسته سازی اجزای محدود به شکل معادلات جبری تبدیل خواهد شد:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{f}^{int}(\mathbf{u}, t) = \mathbf{f}^{ext}(t) + \mathbf{f}^{con}(t) \quad (۶-۵۱)$$

که t زمان، $\mathbf{f}^{int}(\mathbf{u}, t)$ بردار نیروی داخلی، \mathbf{f}^{ext} بردار نیروهای خارجی و $\mathbf{f}^{con}(t)$ بردار نیروی تماسی که در بخش که قبلاً در این فصل توضیح داد شد و \mathbf{M} ماتریس جرم می باشد.

با بهره گیری از توابع شکل مناسب میدان تغییر مکان \mathbf{u} بر حسب جابجایی گرهی \mathbf{a} به

شکل زیر نوشته می شود

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{a} \quad (۶-۵۲)$$

در اینصورت

$$\mathbf{M} = \int_{\Omega} \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} dv \quad (53-6)$$

$$\mathbf{f}^{\text{ext}} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{f}^{\text{body}} dv + \int_s \mathbf{N}^T \mathbf{f}^{\text{sur}} da \quad (54-6)$$

$$\mathbf{f}^{\text{int}} = \int \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dv \quad (55-6)$$

که ماتریس \mathbf{B} ، کرنش‌های هر نقطه در داخل جزء محدود بعلت مقادیر واحد تغییر مکانهای گره‌ای می‌باشد.

با توجه به پیچیدگی محاسبات در تحلیل ترک خوردگی، برای حل معادله (6-51) روش explicit بکار گرفته شده است یعنی نیروهای مسأله در لحظه $t + \Delta t$ به کمک معادلات تعادل در لحظه t بدست می‌آیند. در این راستا از روش تفاضل مرکزی با گامهای زمانی نامساوی استفاده گردیده است.

مختصری از تئوری تغییر شکل‌های بزرگ

برای تغییر شکل‌های کوچک معادلات حرکت محیط بر حسب تنش کاوشی و بارهای خارجی در وضعیت تغییر شکل یافته نوشته می‌شوند. با توجه به اینکه در تغییر شکلها و تغییر مکانهای کوچک مختصات اولیه با مختصات جدید تفاوت قابل توجهی ندارد بنابراین معادله حرکت، مربوط به هر دو وضعیت می‌باشد. یعنی معادلات حرکت می‌تواند با هندسه (وضعیت) اولیه به‌مراه تنش کاوشی و نیروهای خارجی که مربوط به حالت تغییر شکل یافته می‌باشند، بدست می‌آید و در حل مسائل مورد استفاده قرار

$$\left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i = \rho \frac{dv_i}{dt} \right) \text{ می‌گیرد. (بعنوان مثال معادله)}$$

حال اگر با تغییر شکل ها ، و چرخش های بزرگ سر و کار داشته باشیم ، نیاز به تعریف تانسور تنش دیگری است . پاپولا و کریشف هر یک بطور جداگانه دو تانسور تنش معرفی کرده اند که با نامهای اولین تانسور تنش پاپولا کریشف (تنش لاگرانژی) و دومین تانسور تنش پاپولا - کریشف موسوم گردیده است .

$$T_{ij}^{\circ} = \frac{F}{A} \quad (57-6)$$

F نیرو در وضعیت تغییر شکل یافته و A مساحت اولیه می باشند . T_{ij}° تانسور لاگرانژی می باشد . از آنجا که T° تا متقارن می باشد ، کریشف و پاپولا تانسور دیگری تعریف کردند که متقارن می باشد . برای دیدن جزئیات بیشتر به [۳۴] مراجعه شود.

در بحث تغییر شکل های بزرگ معادلاتی مشابه با (۶-۴۶) ولی با زوجهای متفاوتی ارائه می گردد . بعنوان مثال کار مجازی داخلی ممکن است به شکل زیر تعریف شود [۲۵]

$$W^{int} = \int_{\Omega_0} \mathbf{P} : \delta \mathbf{F} \, dv \quad (58-6)$$

که در آن

$$\mathbf{P} = \mathbf{J} \sigma \mathbf{F}^{-T} \quad (59-6)$$

که \mathbf{F} گرادیان تغییر شکل بوده و $\mathbf{J} = \det \mathbf{F}$ می باشد .

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}} \quad (60-6)$$

\mathbf{X}, \mathbf{x} بیشتر بیانگر موقعیت یک موقعیت یک نقطه در وضعیت های تغییر شکل یافته و اولیه می باشند .

فرمولاسیونهای لازم در روش تفاضل مرکزی به شرح زیر می باشد .

$$\mathbf{v}_{n+\frac{1}{2}} = \frac{\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n}{\Delta t_n}$$

$$\mathbf{v}_{n-\frac{1}{2}} = \frac{\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_{n-1}}{\Delta t_{n-1}}$$

$$\mathbf{v}_n = \frac{1}{2} (\mathbf{v}_{n+\frac{1}{2}} + \mathbf{v}_{n-\frac{1}{2}})$$

(۵۶-۶)

(۵۶-۶)

بعلاوه ماتریس جرم قطری فرض میشود که به این ترتیب از معادلات همزمان اجتناب می‌گردد. با استفاده از تقریبات بالا، برای درجه آزادی \mathbf{M} :

$$v_{i,n+\frac{1}{2}} = v_{i,n-\frac{1}{2}} + \Delta t_n m_i^{-1} [(f_i^{\text{ext}})_n + (f_i^{\text{con}})_n - (f_i^{\text{int}})_n] \quad (۶۱-۶)$$

که m_i جمله‌ای روی قطر ماتریس \mathbf{M} می‌باشد.

روش بیان شده با وجود سادگی، پایداری آن مشروط می‌باشد و انتخاب گام زمانی Δt برای رسیدن به همگرایی اهمیت زیادی دارد. به این منظور یک مقدار بحرانی برای گام زمانی قائل میشویم (Δt_{cr}). دو روش برای محاسبه Δt_{cr} می‌توان بکار برد.

$$\Delta t_{\text{cr}} = \frac{2}{\omega_n} (\sqrt{1 + \xi_n^2} - \xi_n) \quad (۶۲-۶)$$

که ω_n و ξ_n فرکانس طبیعی و میرائی در مورد n ام می‌باشند ایراد این روش اینست که محاسبه ξ_n در هر گام زمانی نیازمند حل مسأله مقدار ویژه بوده و در نتیجه سبب می‌گردد سرعت تحلیل کاهش یابد.

روش دیگر بطریق زیر می‌باشد.

$$\Delta t_{\text{cr}} = \frac{l_e}{c} \quad (۶۳-۶)$$

l_e کوچکترین بعد المان بکار رفته در مش و C سرعت موج بوده مقدار آن برابر است با

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (6-64)$$

تفسیر فیزیکی این روش اینست که Δt باید به قدری کوچک باشد که موج حاصله در هر گام زمانی در بیش از یک المان منتشر شود. این روش برای المانهای خطی معتبر بوده ولی می توان آنرا برای مسائل غیر خطی هم تعمیم داد [۱۷].

نکته مهم دیگر کنترل انرژی در مسائل تماس می باشد تا انرژی به سیستم اضافه نگردد و سبب ناپایداری می شود بخصوص در روش explicit که ماتریس سختی محاسبه نمی گردد. معادله تعادل انرژی در لحظه t_n بصورت زیر بیان میشود.

$$|W_n^{ext} - U_n^{kin} - U_n^{str} - W_n^{dam}| < Tol \quad (6-65)$$

W_n^{ext} کار نیروهای خارجی، U_n^{kin} انرژی جنبشی، U_n^{str} انرژی کرنشی W_n^{dam} انرژی تلف شده در اثر نیروهای میرایی می باشد برای دیدن جزئیات بیشتر به [۲۵] مراجعه شود.

در این قسمت مدل‌سازیهای انجام گرفته با نرم افزار ELFEN ارائه می‌گردد که عملکرد بکارگیری روش المان مجزا / محدود را نشان می‌دهد. ELFEN نرم افزاری با کارایی و قابلیت های بسیار می‌باشد. پایه های اولیه این نرم افزار در دانشگاه سوانزی پی‌ریزی شده است. در سال ۱۹۹۸ م. این برنامه توسعه یافته و روشهای مختلف بکارگیری المان‌های مجزا معرفی گردیده و راهکارهای نوینی در رابطه با نحوه مش بندی کامپوزیتها بعد از ترک خوردگی در حالت سه بعدی ارائه شده است. برای دیدن جزئیات بیشتر به [۱۷] مراجعه شود. این نرم افزار هم اکنون در دانشکده فنی دانشگاه تهران در حال توسعه می‌باشد که یک نمونه از آن، استفاده از المانهای میانی برای جداشدگی بین لایه‌ها بوده که تحت پروژه های کارشناسی ارشد انجام شده است [۳۳ و ۳۴] . سابروتین مورد نیاز برای یک مدل مادی که در ELFEN موجود نمی‌باشد (Hashin) در پایان نامه حاضر تهیه شده است.

مدلسازیهای انجام گرفته به شرح زیر می باشد:

۱- تحلیل ترک خوردگی یک تیر بتنی متکی بر سه تکیه گاه متحرک

۲- آنالیز ترک خوردگی تیر کامپوزیتی با یک تکیه گاه متحرک

۳- آنالیز ترک خوردگی پیش رونده تیر خمیده 90°

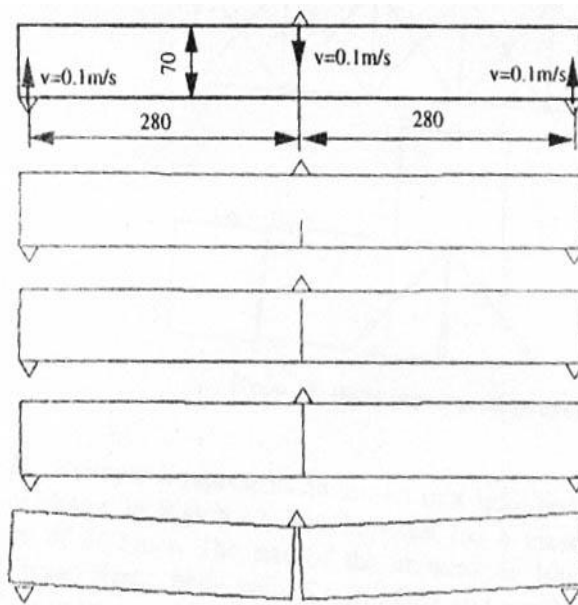
۴- تحلیل جداشدگی وشکست یک تیر کامپوزیتی ارتوتروپ

در مدل‌سازیهای فوق کنترل ترک درون لایه بوسیله معیار ترک خوردگی و شروع جداشدگی بین لایه توسط معیار Chang-Springer انجام می‌شود. یک مدل نرم شونده دوخطی برای آزاد سازی انرژی و توزیع مجدد نیروهایی که سبب این آزاد سازی شده اند، انتخاب گردیده

است. الگوریتم تماسی بر مبنای روش پناستی برای اعمال قیودتماسی بکار گرفته شده است.

از نقطه نظر محاسباتی هم، روش explicit استفاده گردیده است.

مثال ۱: شکل (۷-۱) یک تیر بتنی را که روی سه تکیه گاه واقع است نشان می دهد. تکیه گاهها در جهات مختلف و با سرعت ثابت $0.1 \frac{m}{s}$ حرکت می کنند (مطابق شکل). ابعاد نشان داده شده برای تیر بر حسب میلی متر می باشد. مشخصات تیر مطابق جدول (۷-۱) است.

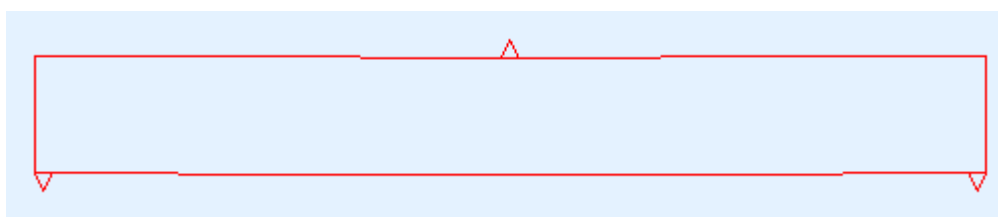


شکل ۷-۱: شرح مسأله و الگوی واقعی رشد ترک

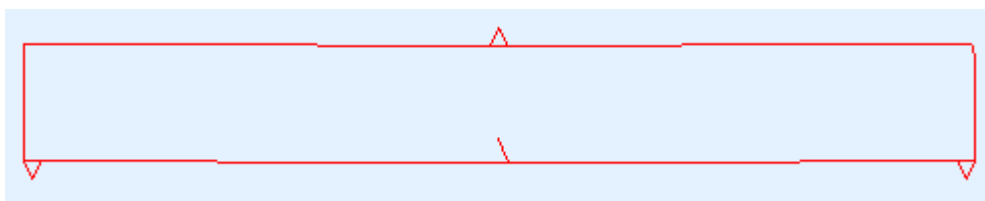
$\sigma_t = 3.15$	MPa	$E = 26$	GPa
$G_f = 55$	MPa	$\nu = 0.18$	
$\rho = 2340$		kg/m^3	

جدول ۷-۱: مشخصات تیر بتنی

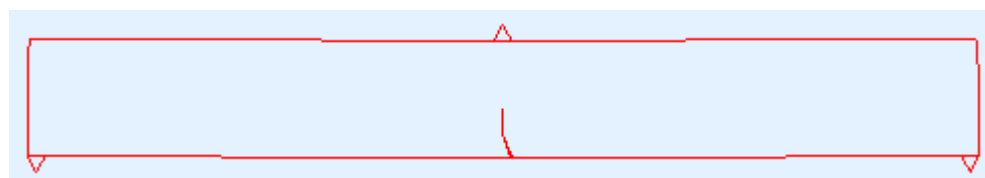
این مثال گرفته برگرفته از مرجع [۳۲] می باشد. مدلسازیهای انجام شده برای مسائل ترک خوردگی درون لایه درمواد کامپوزیت بسیار ناچیز می باشد. با بررسی مقالات مختلف تنها در مراجع [۲۷ و ۲۸ و ۲۹] نمونه هایی دیده شد که در این مقالات هم تمام مشخصات مواد ذکر نشده بود و لذا برای مقایسه مناسب نبودند به ناچار برای اطمینان از کارمدلسازی ترک خوردگی این مثال که یک نمونه غیر کامپوزیتی می باشد انتخاب گردیده است نتایج مدلسازی در شکل (۷-۲) دیده می شود.



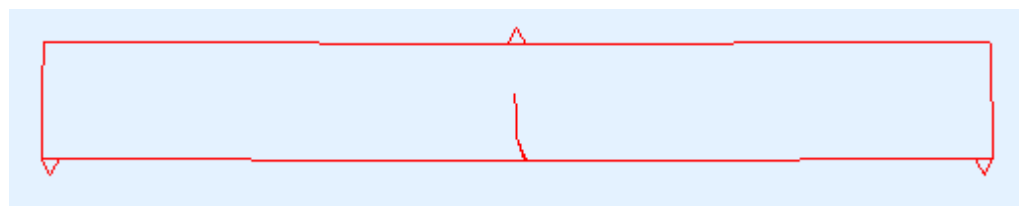
time= .00373



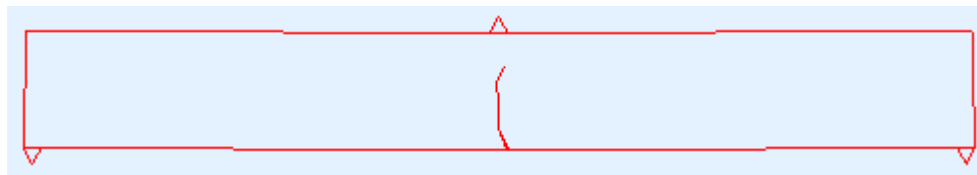
time= .0051



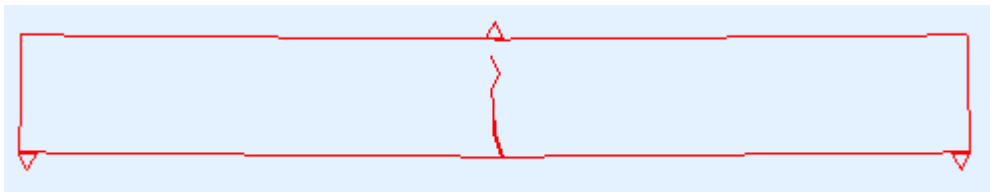
time= .00576



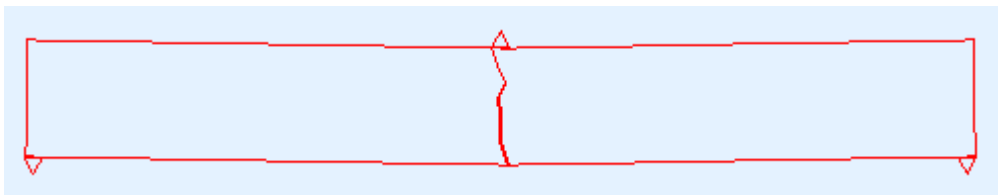
time= .0073



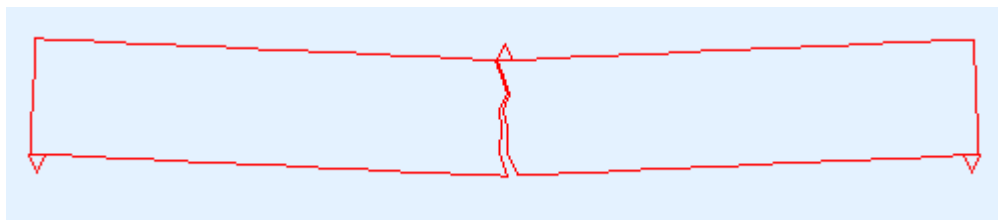
time= .0093



time= .0127



time= .023

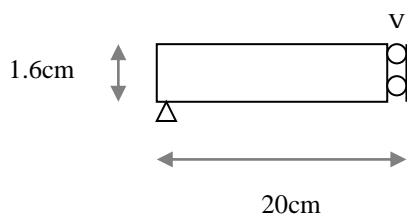


time= .061

شکل ۷-۲: الگوی رشد ترک در یک تیر بتنی طبق مدلسازی انجام شده

مقایسه الگوی ترک خوردگی در اشکال (۷-۱) و (۷-۲) تطابق مناسبی را نشان میدهد البته می توان با راهکارهایی به جواب دقیق تری هم رسید بعنوان مثال مش ها را ریزتر نمود یا اینکه اجازه داد درون مش ها هم ترک ایجاد گردد که اینها مستلزم زمان آنالیز بیشتری خواهد بود.

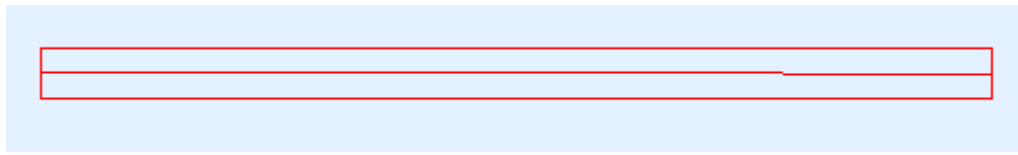
مثال ۲: تیر کامپوزیتی که دارای تکیه گاهی متحرک می باشد مدلسازی شده است. یک تکیه گاه آن ثابت بوده و تکیه گاه دیگر با سرعت $2 \frac{m}{s}$ به سمت پائین حرکت می کند. تیر مورد نظر چهار لایه بوده و مشخصات آن در جدول (۷-۲) ذکر شده است



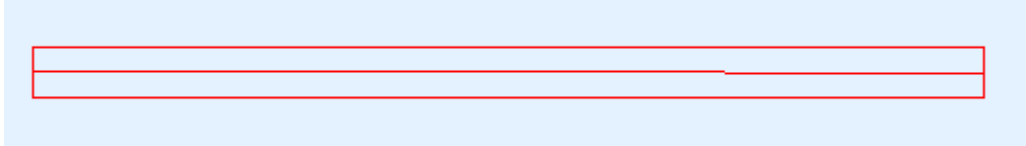
شکل ۷-۳: تیر چهار لایه کامپوزیتی

$X_t = 100$ MPa	$E = 177800$ MPa
$Y_t = 66.5$ MPa	$G = 1e11$ Pa
$S = 133.7$ MPa	$\nu = 0.39$
$\rho = 1550$ kg/m ³	

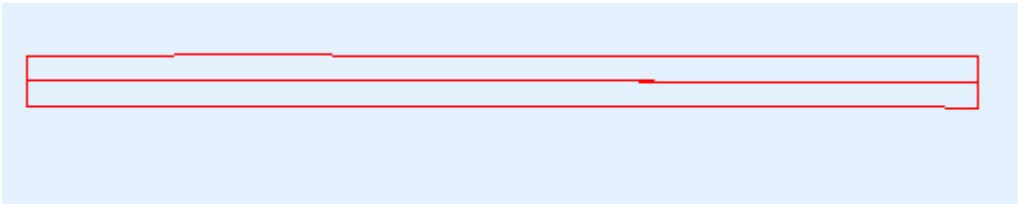
جدول ۷-۲: مشخصات لایه های تیر کامپوزیتی



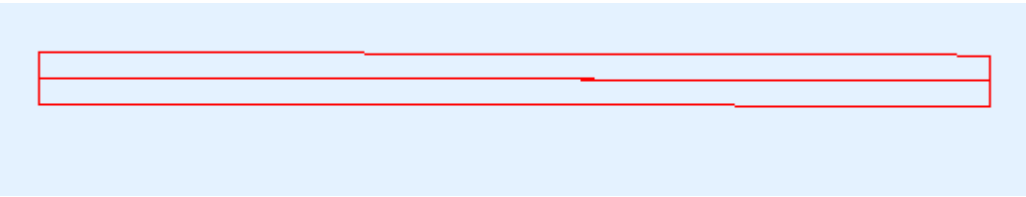
time=.0001



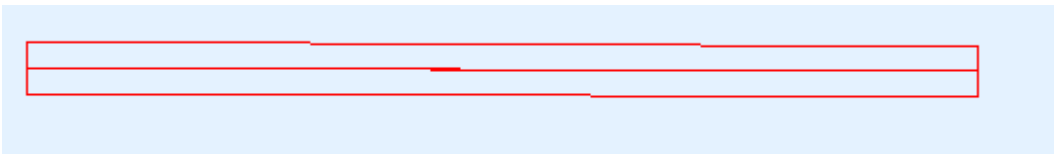
time=.00015



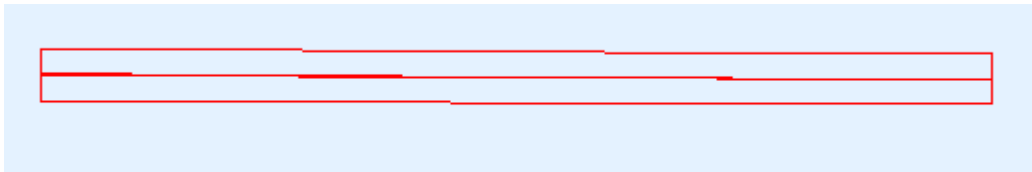
time=.0025



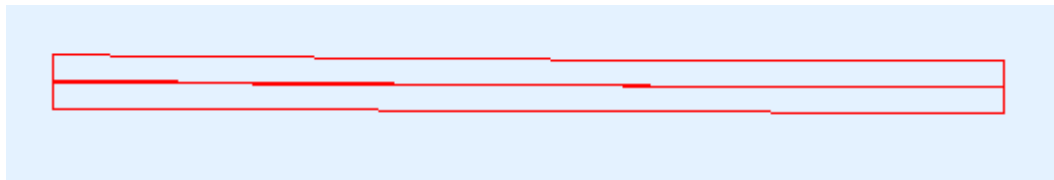
time=.0004



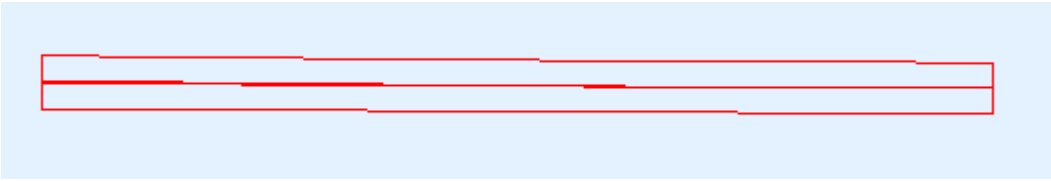
time=.0055



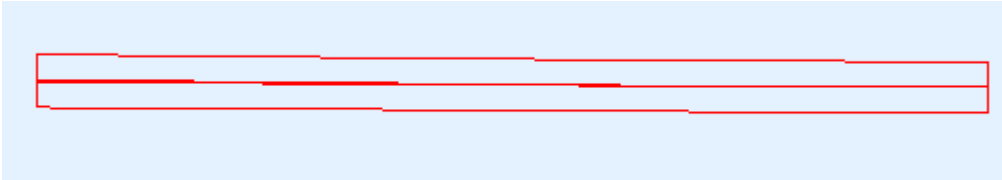
time=.0007



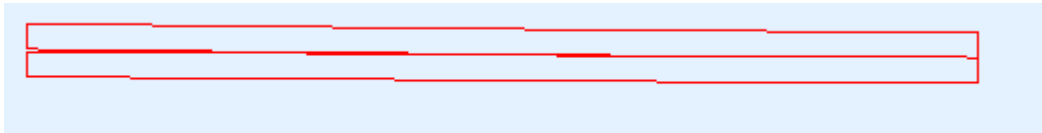
time=.0085



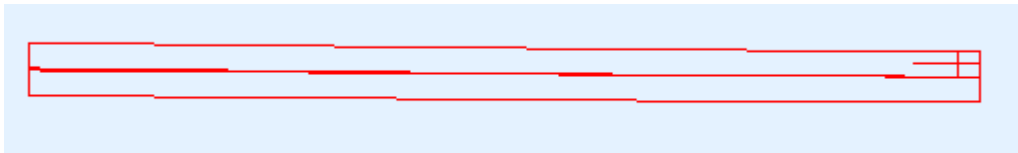
time=.009



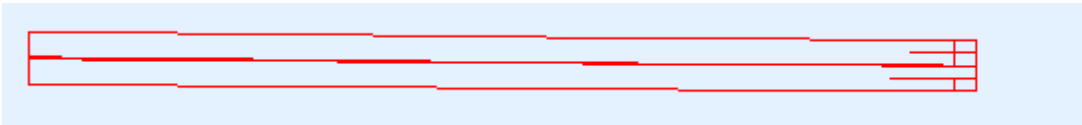
time=.001



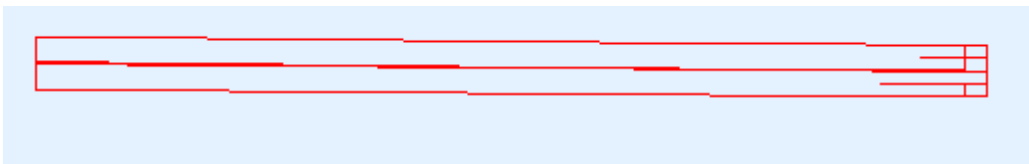
time=.0012



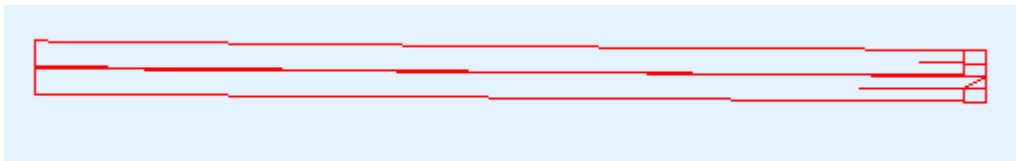
time=.00125



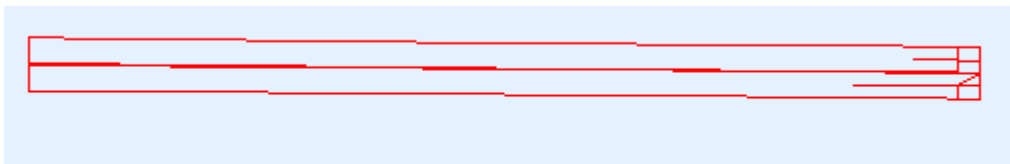
time=.00135



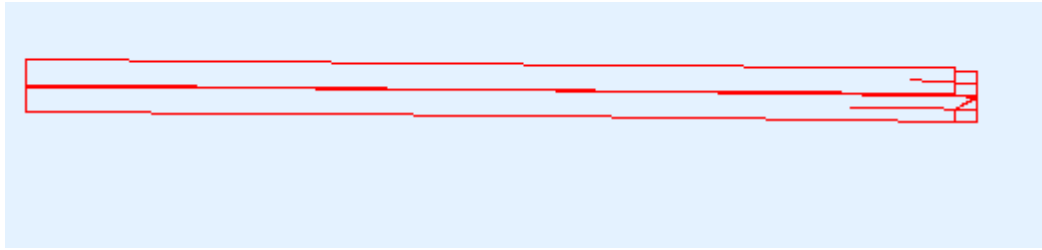
time=.00145



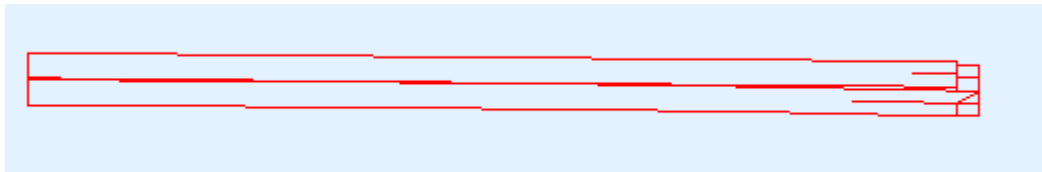
time=.0015



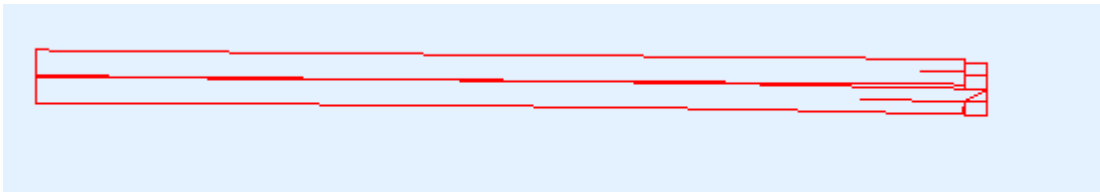
time=.0016



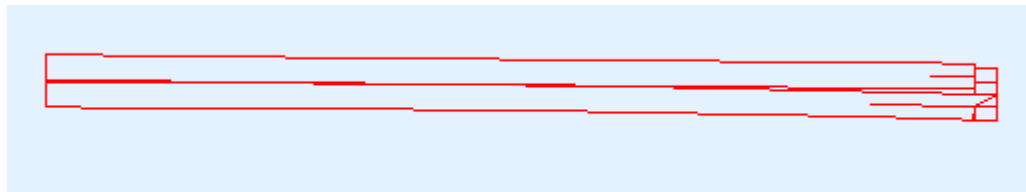
time=.00195



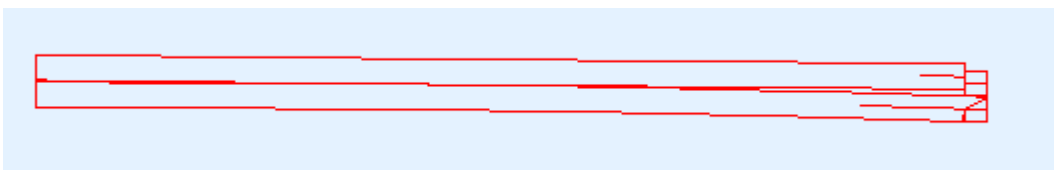
time=.00215



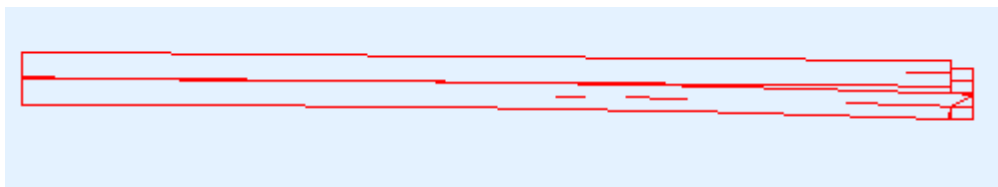
time=.0023



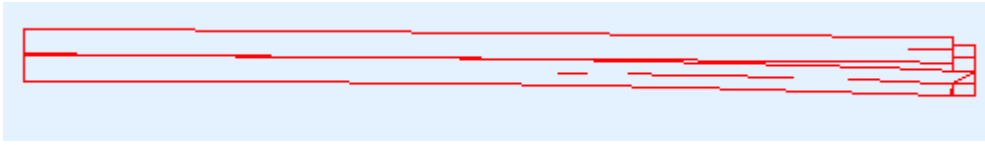
time=.0025



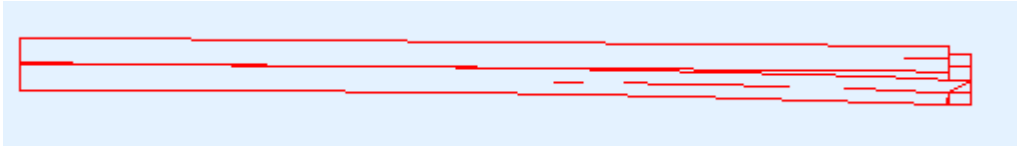
time=.0028



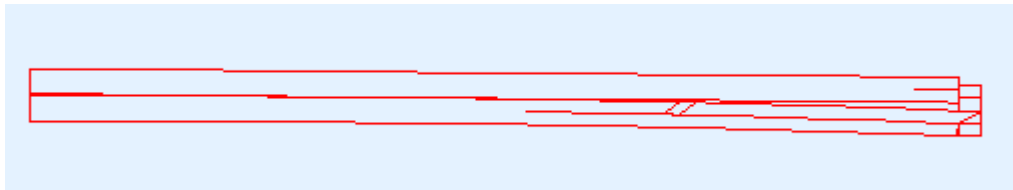
time=.0029



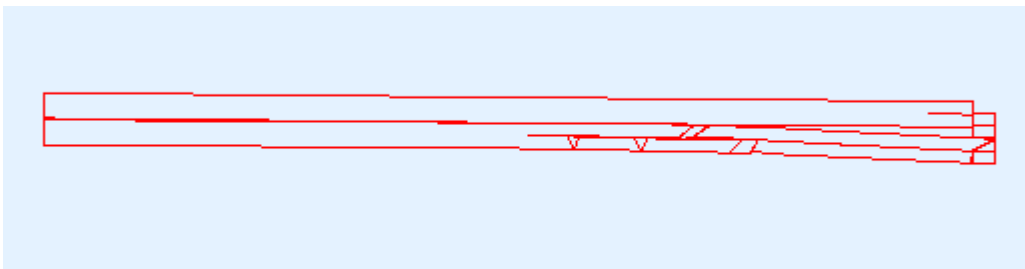
time=.00295



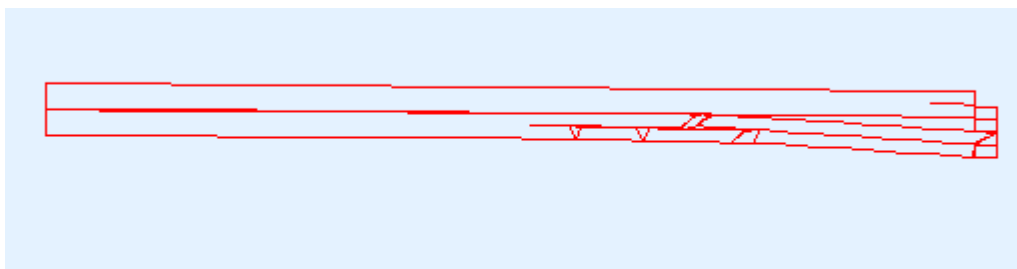
time=.003



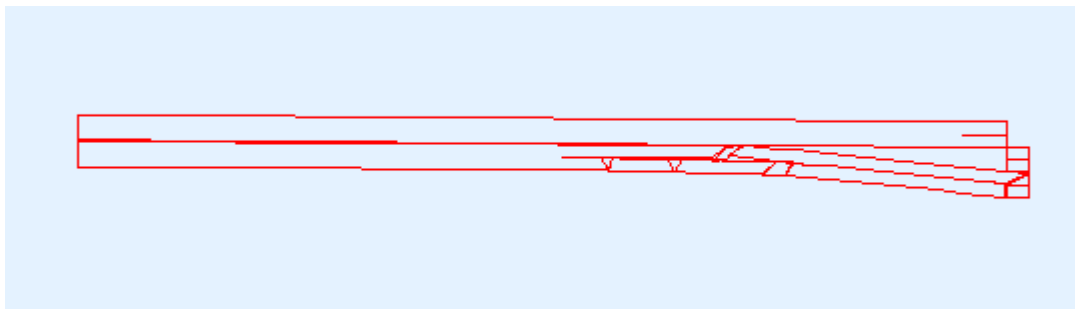
time=.00305



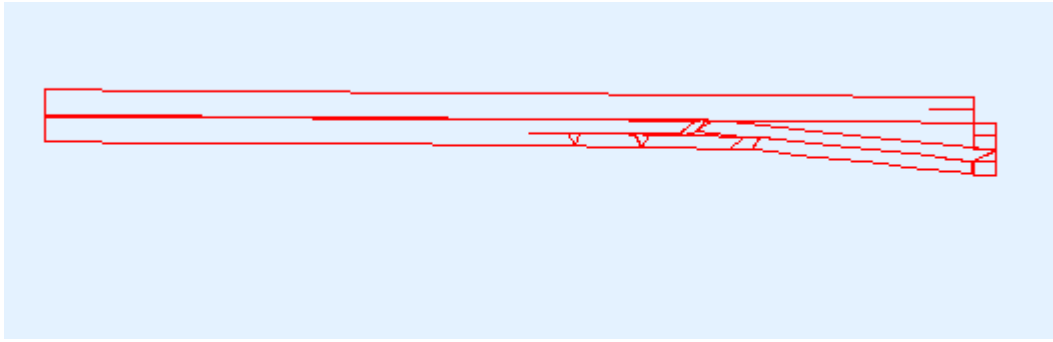
time=.00365



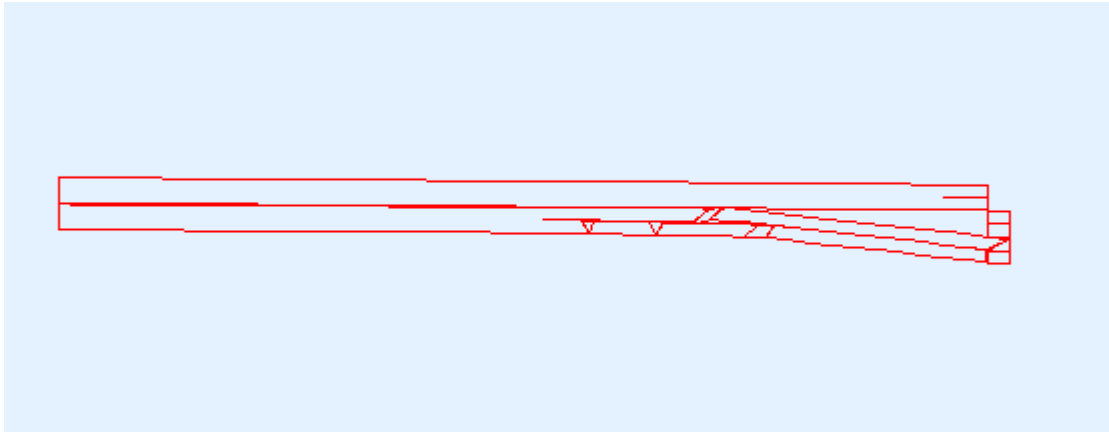
time=.00435



time=.00615



time=.0064

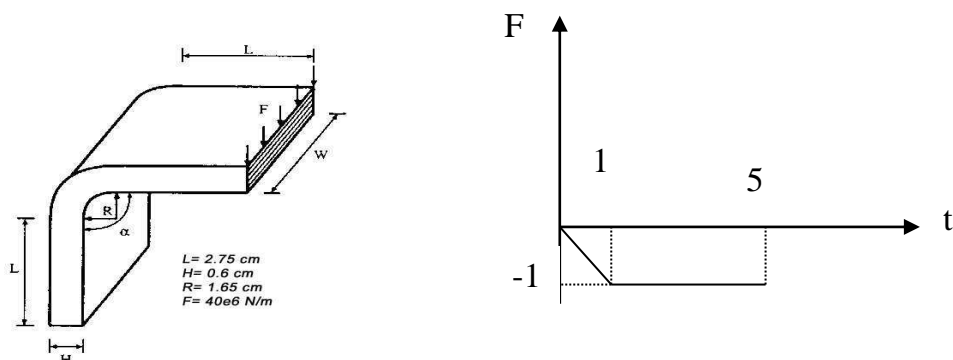


time=.00655

شکل ۴-۷: گسترش ترک‌های بین لایه ای و درون لایه

الگوی ترک خوردگی بدست آمده در شکل (۴-۷) نمایش داده شده است. شروع جداشدگی از وسط تیر بوده و در کل تیر ادامه یافته است. همانطوریکه دیده می‌شود در مرحله بعد از جداشدگی اندرکنش های تماسی وجود دارند. تنها زمانی این اندرکنش ها حذف می‌گردند که لایه ها از هم فاصله بگیرند ($t=0.0012$ S). جداشدگی در حد فاصل بقیه لایه ها با ترک‌های عرضی همراه می‌باشد ($t=0.00135$ S). وجود ترک عرضی قائم در دو لایه اول سبب ایجاد مقطع ضعیفی بین دو قطعه تیر گردیده است و تغییر مکان نسبی بین آنها حاصل می‌شود. بعد از این مرحله ($t=0.0019$ S) جداشدگی در لایه وسط تشدید می‌شود و بعلاوه بار بیشتری به دو لایه پائینی منتقل خواهد شد که جداشدگی های موضعی را در این لایه ها سبب گردیده است. با ادامه بارگذاری ترک‌های زمینیه نیز در این لایه ها بوجود آمده‌اند که تلاقی این ترک ها با ترک های بین لایه‌ای سبب گسیختگی نهایی تیر گردیده است.

مثال ۳: تیر خمیده کامپوزیتی در نظر گرفته شده است. این تیر از لایه های کامپوزیتی یک جهته از جنس اپوکسی / گرافیت از نوع T 300/034-C تشکیل یافته است. خصوصیات هندسی در شکل (۷-۴) و مشخصات مادی بکار برده شده در آنالیز در جدول (۷-۳) لیست شده است.



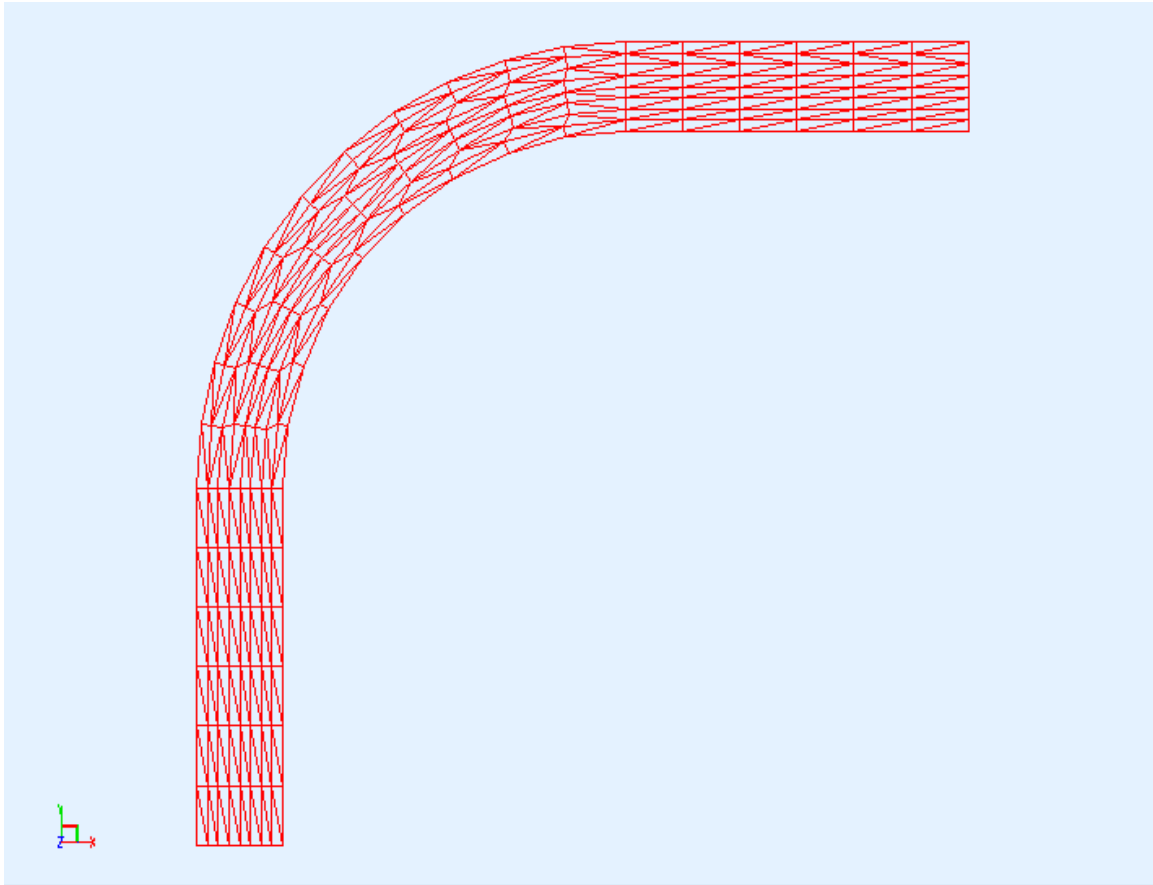
ب- تیر خمیده با لایه های کامپوزیتی

الف- نحوه بارگذاری

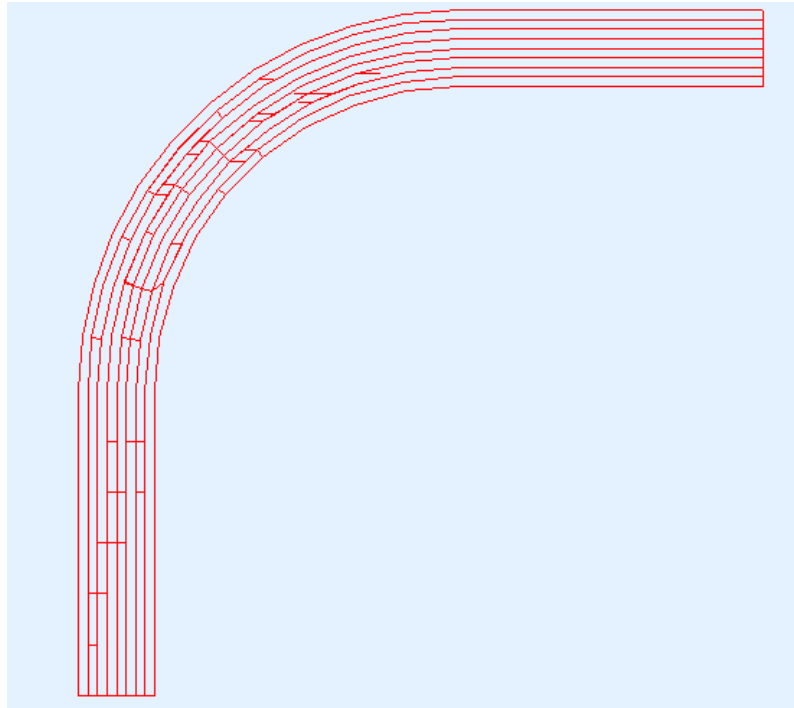
شکل ۷-۴: هندسه و بارگذاری تیر خمیده

$E_{xx} = 14680 \text{ MPa}$	مدول الاستیسیته طولی
$E_{yy} = 11400 \text{ MPa}$	مدول الاستیسیته جانبی
$G_{xx} = 6184 \text{ MPa}$	مدول برشی درون صفحه
$G_{yz} = 4380 \text{ MPa}$	مدول برشی خارج صفحه
$\nu_{xy} = \nu_{yz} = 0.3$	نسبت پواسون
$X_t = 1730 \text{ MP}_a$	مقاومت کششی طولی لایه
$X_c = 1380 \text{ MP}_a$	مقاومت فشاری طولی لایه
$S = 133.7 \text{ MP}_a$	مقاومت برشی لایه
$Y_t = 66.5 \text{ MPa}$	مقاومت کششی جانبی لایه
$Y_c = 26.8 \text{ MPa}$	مقاومت فشاری جانبی لایه
$\rho = 1550 \text{ kg/m}^3$	چگالی

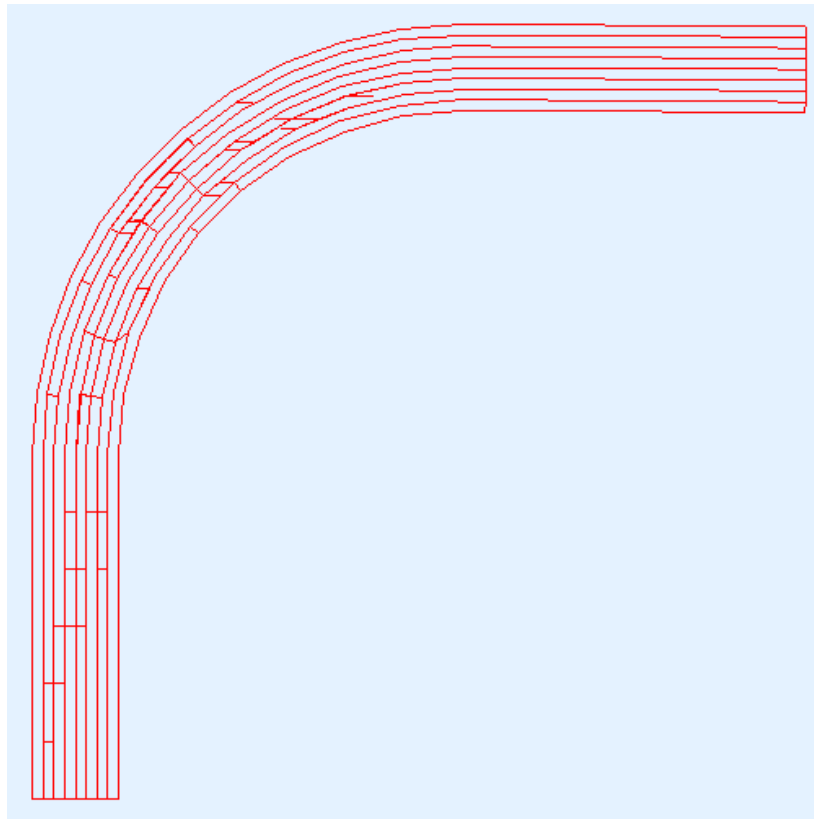
جدول ۷-۲: خصوصیات مادی برای کامپوزیت گرافیت / اپوکسی - T 300/1034



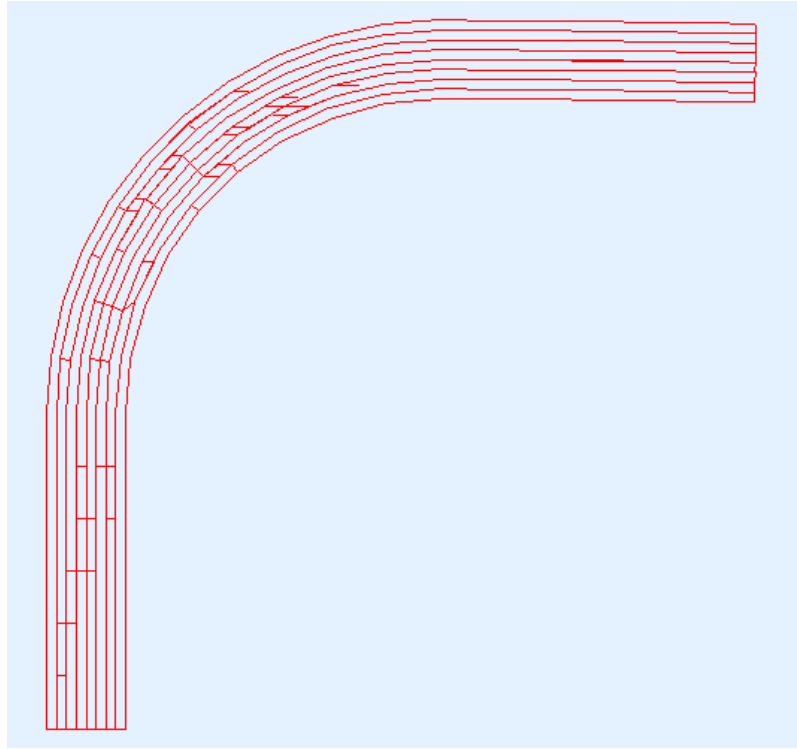
شکل ۵-۷: مش بندی تیر خمیده



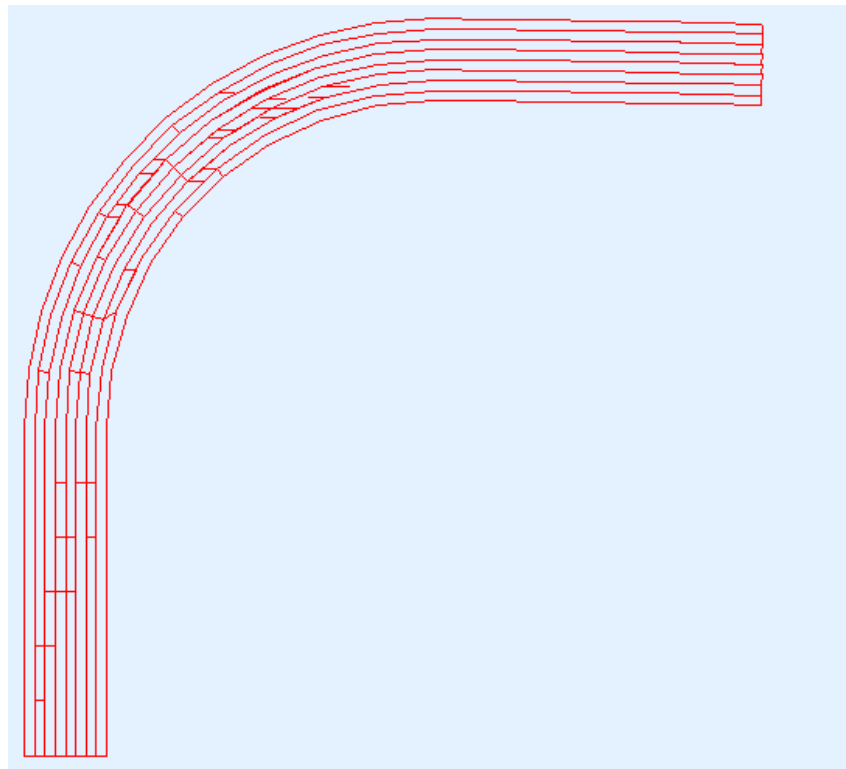
time=.0718528



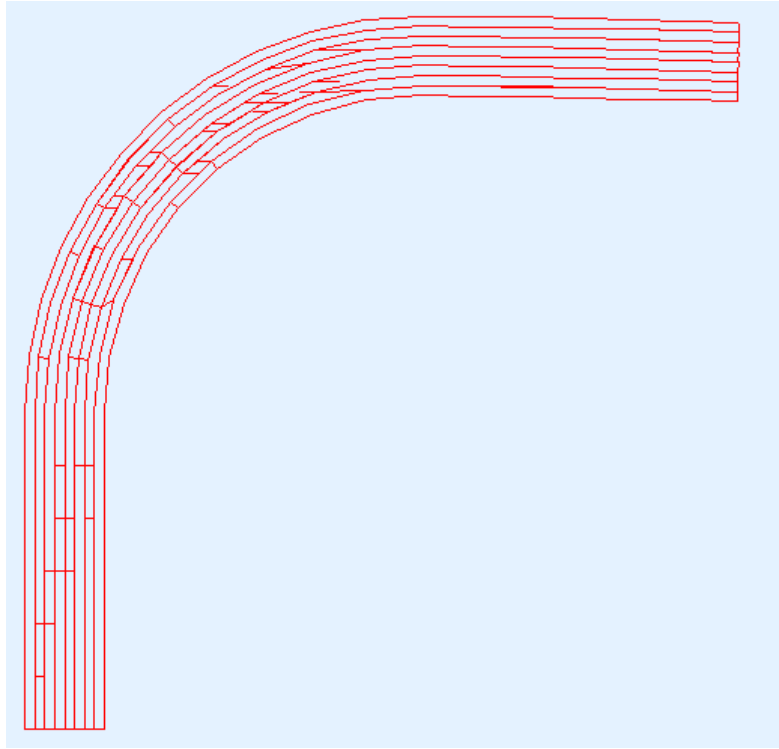
time=.458044



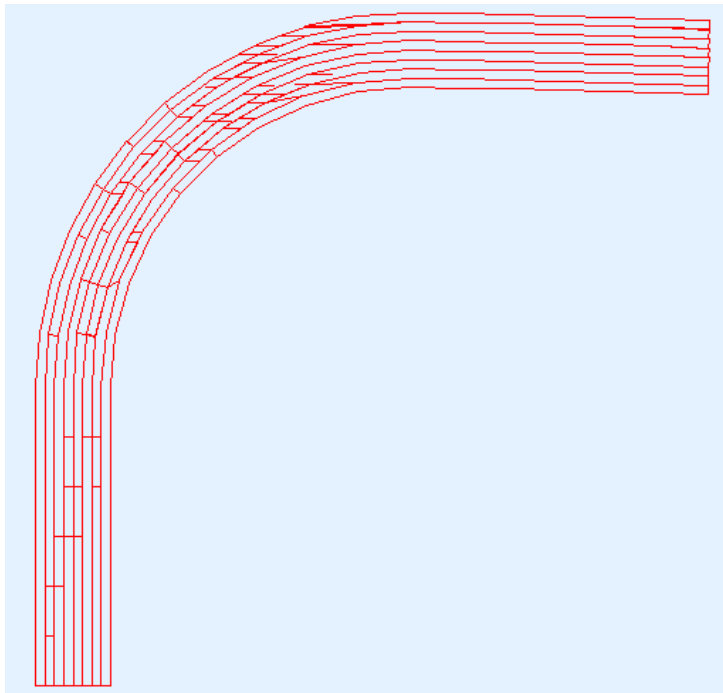
time=.71479



time=.907144

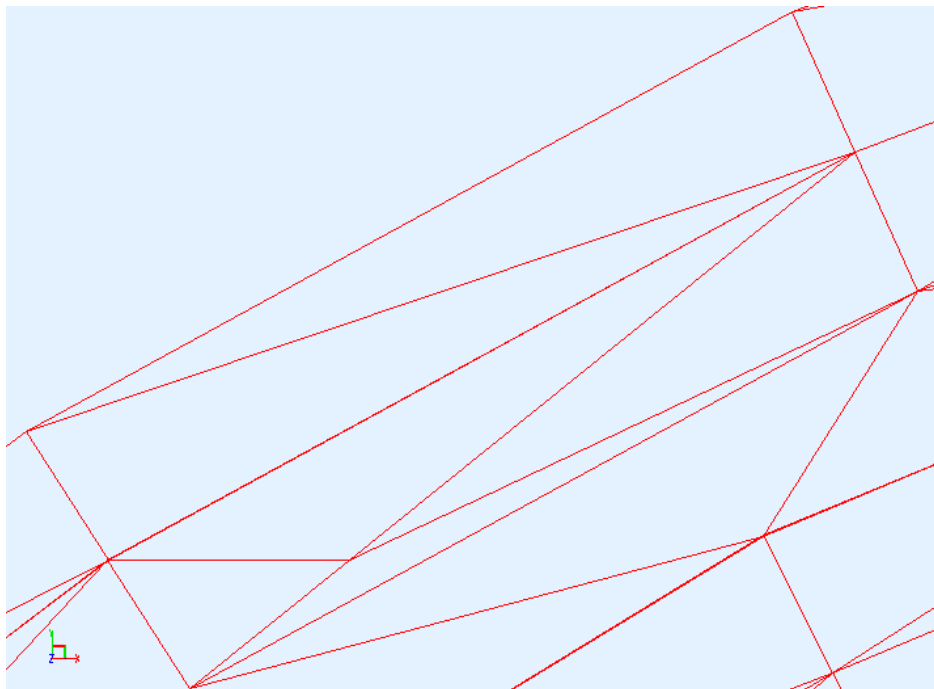
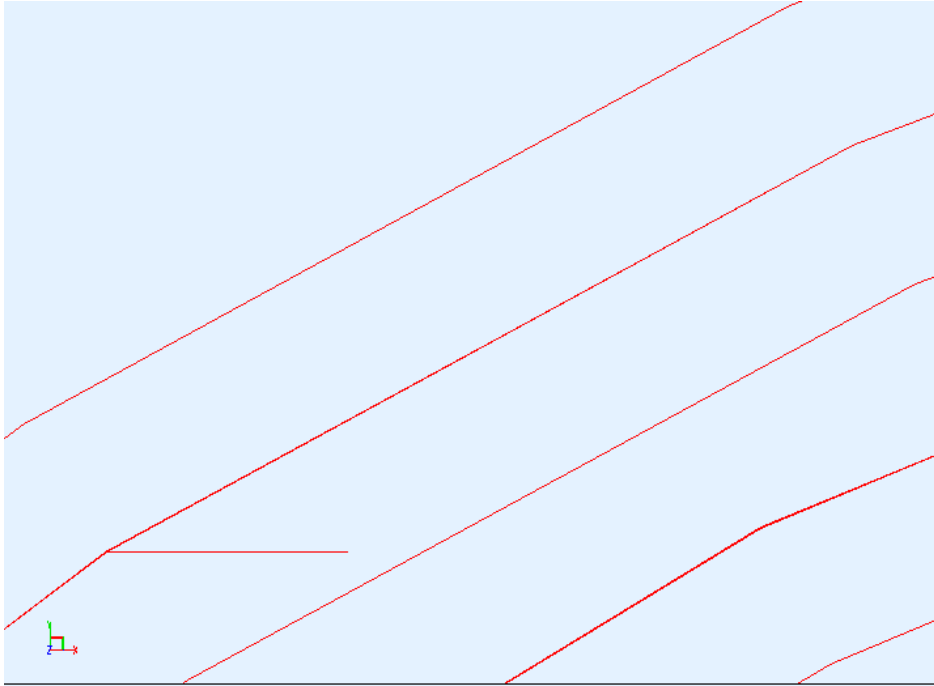


time=1.09922



time=1.29113

شکل ۶-۷: گسترش ترک در تیر خمیده



شکل ۷-۷: نحوه مش بندی بعد از ایجاد یک ترک

مشاهده نتایج نشان می‌دهد که شکست پیش رونده از ناحیه نزدیک به تکیه گاه گیردار آغاز شده در ناحیه وسط تیر متمرکز شده است و سپس شکست در طول تیر گسترش یافته است. در این مدل سازی مقادیر زیر اختیار گردیده است:

Field =0.01

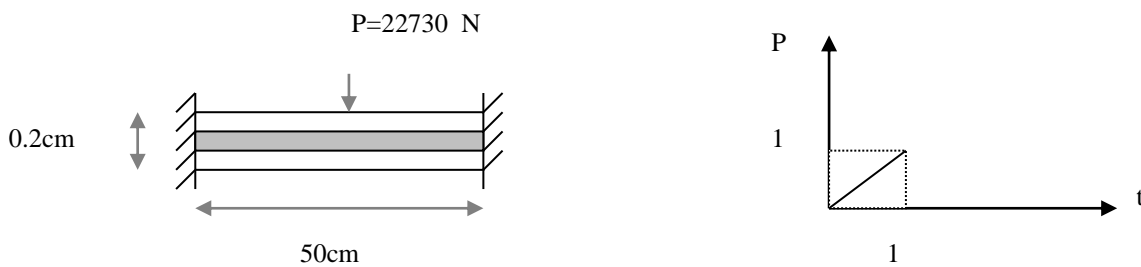
Penalty=14680 MPa

Zone=0.1

Smallest element =0.1

در این مدل سازی ترک های بوجود آمده در قسمت های پائین تر عمود بر لایه ها می‌باشند و در قسمت های مرکزی بیشتر آنها حالت افقی دارند. انتخاب راستای ترک خوردگی بستگی به نحوه مش بندی و مقدار بعد مش ها بعد از ترک خوردگی دارد که توسط پارامتر Smallest element کنترل می‌گردد اگر این مقدار بزرگ انتخاب گردد (مثال حاضر) راستای ترک خوردگی ها منطبق بر مش ها خواهد بود و درون مش ها ترک خوردگی نخواهیم داشت واضح است اگر ترک های درون مش هم داشته باشیم آنالیز دقیق تر خواهد بود اما این امر مستلزم زمان خیلی زیادی خواهد بود بعنوان مثال در این مدل سازی ایجاد ترک ها تا لحظه $t=1.29$ S به مدت دو روز طول کشید استراتژی دیگر استفاده از مش بندی ریزتر در مدل سازی خواهد بود که این امر هم مستلزم زمان بیشتری خواهد بود.

مثال ۴: یک تیر کامپوزیتی شش لایه در معرض باری دینامیکی واقع در وسط آن، مفروض می‌باشد. جنس لایه ها گرافیت / اپوکسی از نوع T 300/976 می‌باشد. ترتیب قرار گیری الیاف به شکل $(90_2, 0_2, 90_2)$ می‌باشد. مشخصات لایه ها در جدول (۷-۴) آمده است

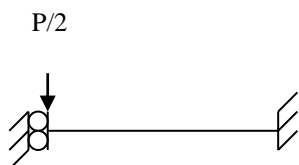


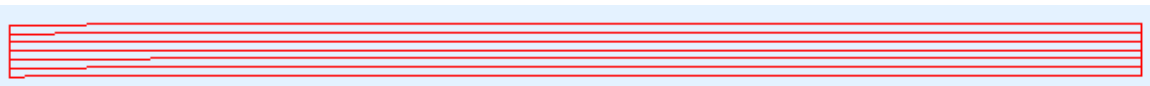
شکل ۷-۷: شرح هندسی و بار گذاری مسأله

$E_{xx} = 139200$ MPa	$G_{xx} = 5580$ MPa
$E_{yy} = 9700$ MPa	$G_{yx} = 63760$ MPa
$\nu_{xy} = \nu_{yx} = 0.3$	$\rho = 2000$ kg/m ³
$X_t = 1150$ MPa	$X_c = 1120$ MPa
$Y_t = 40$ MPa	$Y_c = 170$ MPa
$S = 100$ MPa	

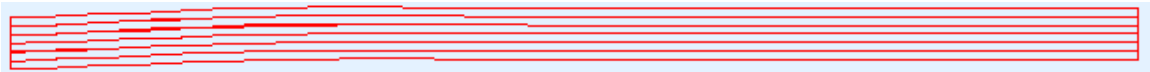
جدول ۷-۴: خصوصیات مکانیکی تیر کامپوزیتی

برای سادگی نصف تیر به شکل زیر مدلسازی شده است:

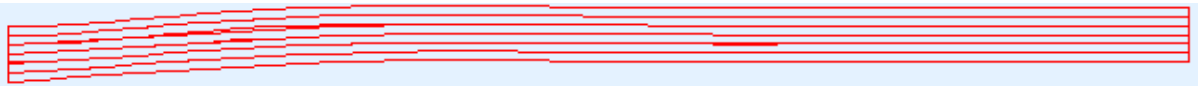




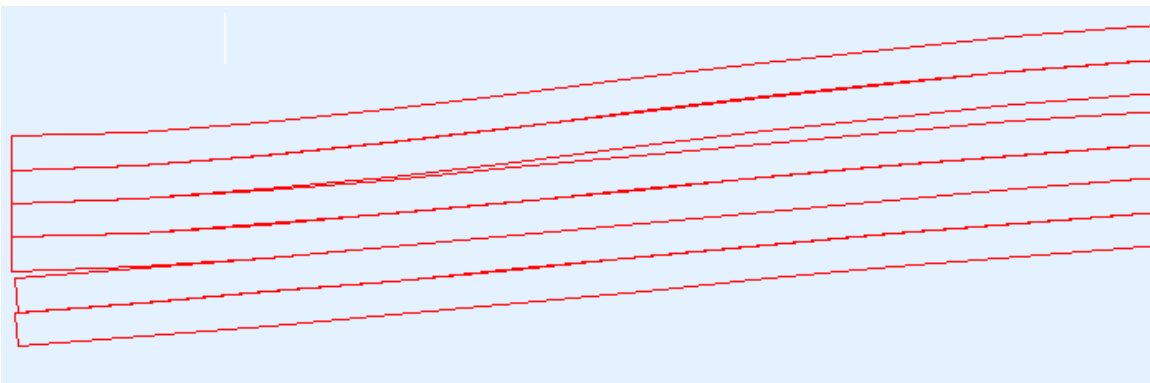
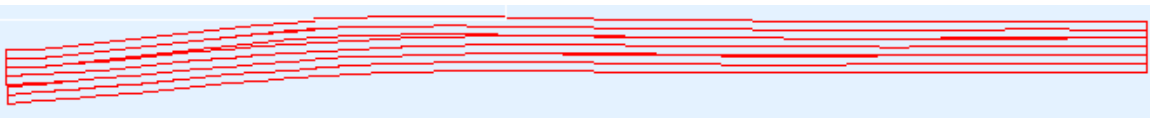
time= 0.15



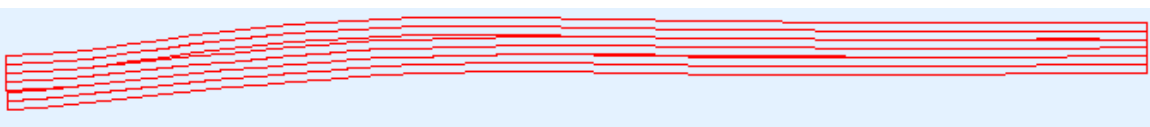
time= 0.38



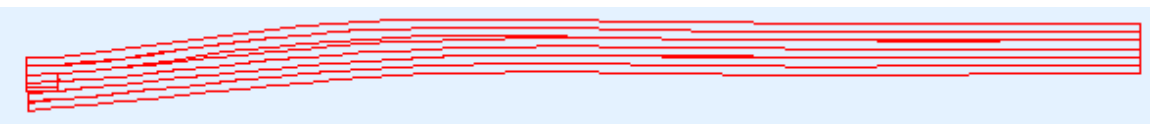
time= 0.5



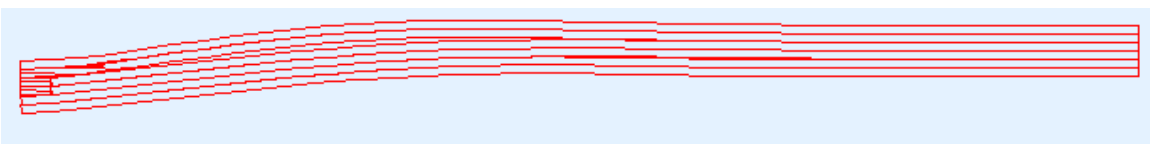
time= 0.61



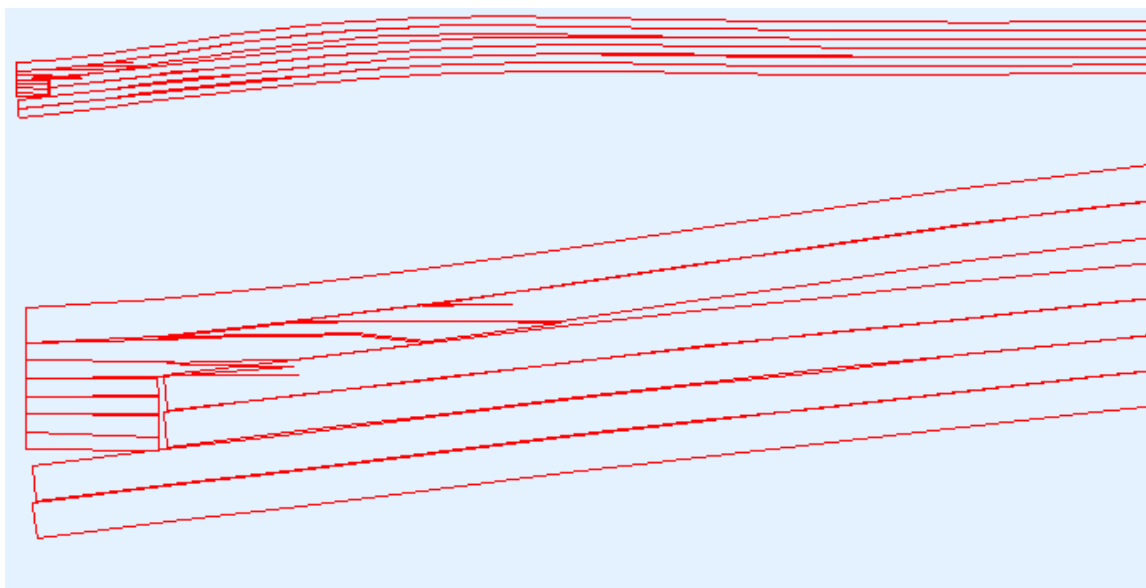
time= 0.65



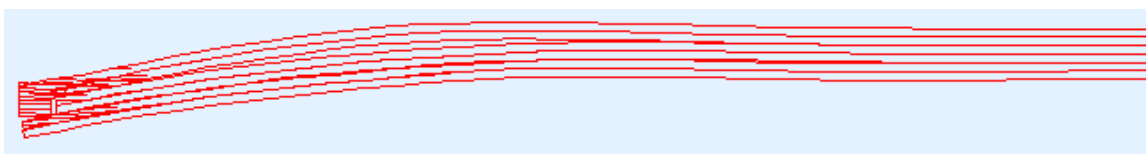
time= 0.66



time= 0.675



time= 0.7



time= 0.77

شکل ۸-۷: مراحل مختلف شکست پیش رونده تا لحظه انهدام

همانطوریکه در شکل (۸-۷) دیده می شود ترک خوردگی با جداسدگی بین لایه ها شروع شده است. اولین ترک های درون لایه ای در لحظه $t=0.66$ S تشکیل گردیده اند که با قطع نمودن ترک های بین لایه ای منجر به گسیختگی سازه گردیده اند. لحظه $t=0.7$ S وضعیت متلاشی شدن سازه را نشان می دهد.

نقطه نظراتی پیرامون الگوریتم بکار گرفته شده :

هدف از کار حاضر مطالعه و بررسی روش المان مجزا/ محدود در مسأله پیچیده ترک خوردگی پیش رونده بوده است. الگوریتم بکار رفته در برگیرنده اندرکنش‌های تماسی و شناسایی تماسی می‌باشد طوریکه در مرحله بعداز جداشدگی نیز در نظر گرفته می‌شوند. نتایج نشان می‌دهد که این الگوریتم برای مدلسازی پدیده قطعه قطعه شدن نیز دارای کارایی بوده که بسیاری از مدلسازیهای دیگر قادر به این کار نمی‌باشند در برخی از نرم افزارهای موجود از قبیل Lusas استفاده از المانهای میانی متداول است این روشها نیاز دارند که گره ها در سطوح مجاور درست مقابل هم باشند که برای آنالیز ترک خوردگی پیش رونده مناسب نمی‌باشد. از معایب الگوریتم حاضر می توان به پیچیده بودن تکنیکهای برنامه نویسی اشاره نمود.

همانطوریکه در ابتدای فصل اشاره گردید الگوریتم حاضر در قالب یک پروژه جامع تر در حال توسعه می‌باشد. پیشنهادات زیر می تواند در رسیدن به یک مدلسازی کارا تر مفید واقع شود:

- در مدلسازیهای حاضر از موده‌های مجزا استفاده گردیده است. بکارگیری موده‌های مخلوط و تلفیق آن با مبانی مکانیک شکست نتایج مطلوبتری ارائه خواهد نمود.
- یافتن راهکارهایی برای اندرکنش ترک های درون لایه‌ای و بین لایه ای

- بکارگیری روش‌های کارا تر برای مسأله پیچیده تر " جهت ترک " در یک نقطه درون کامپوزیت.
- جهت بکارگیری روش مدلسازی حاضر در سازه هایی نظیر مصالح بنایی و یا بتن مسلح لازم است اصلاحاتی در مدل‌های مادی و چسبندگی صورت گیرد.

References

- [1] Serge Abrate , “Impact on Laminated Composite Materials” , Applied Mechanics Reviews , Vol. 44, pp.155-186,1991.
- [2] L. N. McCartney, G. A. Schoeppner, W. Becker, ”Comparison of Models for Transvers Ply Cracks in Composite Laminates”, Composite Science and Technology, Vol.60, pp. 2347-2359,2000.
- [3] Carl T. Herakovich, Mechanics of Fibrous Composites, University of Virginia, John Wiley & Sons, 1998.
- [4] Michael W. Hyer, Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials, University of Illinois at Urbana-Champaign, McGraw-Hill, 1997.
- [5] A. Puck, H. Schürmann, “Failure Analysis of FRP Laminates by Means of Physically Based Phenomenological Models”, Composite Science and Technology, Vol. 58, pp.1045-1067, 1998.
- [6] Robert E. Rowlands,“Strength (Failure) Theories and their Experimental Correlation”, Handbook of Composites, Vol. 3, Failure Mechanics of Composites, 1985.
- [7] Z. Hashin, “Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites”, Journal of Applied Mechanics, Vol. 47, pp. 329-334, 1980.
- [8] H. A. Whitworth”, S-W. Yin , “ A Strength Theory for Failure of Composite Laminates” , Conference Proceeding of the International Conference and Exhibits on Failure Analysis, Montreal, Canada, 8-11 July 1991.
- [9] NASA/CR-2001-2100661, Report, “A Study of Failure Criteria of Fibrous Composite Materials”, March 2001.
- [10] Serge Abarte, Impact on Composite Structure, Illinois University, 1998.
- [11] SAMCEF User Manual-8.1, “The SANDHU Pre-and Post Degradation Non Linear Material Models”, 2001.
- [12] M. J. Hinton, P. D. Soddan, “Predicting Failure in Composite Laminates: the Background to the Exercise”, Composite Science and Technology, Vol. 58, pp.1001-1010, 1998.
- [13] W. F. Chen D. J. Han, Plasticity for Structural Engineerings, 1998.
- [14] C. G. Koh, D. R. J. Owen, D. Peric, ”Explicite Dynamic Analysis of Elasto-Plastic Laminated Composite Shells: Implementation of Non-Iterative Stress Update Schemes for the HOFFMAN Yield Criterion”, Computational Mechanics , Vol.16, pp. 307-314, 1995.
- [15] Sheng Liu, Zafer Kutlu, Fu-Kuo Chang, “Matrix Cracking and Delamination in Laminated Composite Beams Subjected to a Transverse Concentrated Line Load” Journal of composite materials, vol. 27, pp. 436-468, 1992.
- [16] D. R. Ambur, J. H. Starnes Jr., “Low-Speed Impact Damaged-Initiation Characteristics of Selected Laminated Composite Plates”, AIAA Journal, Vol.33, No.10, pp.1919-1928, 1995.
- [17] S. Mohammadi, “A Combined Finite/Discrete Element Analysis of Impact Loading of Composite Shells”, Ph. D Thesis, University of Wales Swansea, 1998.
- [18] L. B. Lessard , K. Y. Chang, F.K. Chang, ”Progressive Failure of Laminated Composite Containing a Hole “ , Applied Mechanics Review, Vol. 43, Part 2 , pp. 5304-5309,1990.
- [19] Zheng- Nong Feng, Howard G. Allen, Stuart S. J .Moj, ”Investigation of Progressive Failure of Woven Composite Panels”, Composite Science and Technology, Vol. 3,pp.128-135 ,1999.

- [20] L. W. Tsai, S.Y. Zhang, "Prediction of Mixed-Mode Cracking Direction in Random , Short-Fiber Composite Materials" , Composite Science and Technology, Vol. 31, pp.97-110 ,1988.
- [21] W. Shen, C. Wu. "Computer Simulation for Damage-Failure Process of Composite Plate Under High-Speed Impact", Engineering Fracture Mechanics, vol.42, pp. 159-168, 1992.
- [22] S. J. Kim, J. S. Hwang, J. H. Kim, "Progressive Failure Analysis of Pin-Loaded Laminated Composite Using Penalty Finite Element Method" , AIAA Journal, Vol. 3, No. 1, 1998.
- [23] A.Munjiza, "Discrete Element in Transient Dynamics of Fracture Media", Ph. D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Wales Swansea, 1993.
- [24] J.O. Hallquist , G. L. Goundneau, D. J. Benson," Sliding Interfaces with Contact-Impact in Large Scale Lagrangian Computations" , Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering , Vol. 51, pp. 107-137, 1985.
- [25] Computational Contact Mechanics, Ph. D. Course by S. Mohammadi, Dept. of Civil Engineering, University of Tehran, 2000.
- [26] J. T. Wang, C. G. Lotts, D. W. Sleight, "Analysis of Discrete-sure Damage Progressive in a Tensile Stiffened Composite Panel " , AIAA paper 99-1330,1999.
- [27] L. Lammerant, I. Verpoest, "The Interaction Between Matrix Cracking and Delaminations During Quasi-Static Impact of Composites", Composite Science and Technology, Vol. 51, pp.505-516, 1994.
- [28] S. Ogihara, N. Taked, " The Interaction Between Transverse Cracks and Delamination During Damage Progress in CFRP Cross-Ply Laminates, Composite Science and Technology, Vol. 59, pp.395-404 ,1995.
- [29] L. Lammerant, I. Verpoest, "Modeling the Interaction Between Matrix Cracks and Delamination during Impact of Composite Plates", Composite Science and Technology, Vol. 56, pp.1171-1178, 1996.
- [30] S. Mohammadi, D.R.J. Owen, Peric,"A Combined Finite/Discrete Element Algorithm for Delamination Analysis of Composites", Finite Element in Analysis and Design, Vol. 28, pp. 321-336, 1998.
- [31] S. Mohammadi, D.R.J. Owen, Peric, "3D Progressive Damage Analysis of Composites by Combined Finite/Discrete Element Approach", ECCOMAS 2000, Barcelona, 11-14 September 2000.
- [32] A. Munjiza, K. R. F. Andrwes and J. K . White , "Combined Single and Smerared Crack Model in Combined Finite- Discrete Element Analysis.", Int, J. Numer. Meth . Engng. Vol.44, pp.41-57,1999
- [۳۳] سهیل فروزان سپهر ، " تحلیل سه بعدي مکانیزم پیدايي و گسترش ترك خوردگي میان لایه‌اي در پوسته‌هاي کامپوزیت تحت اثر بارگذاري ذره‌اي" ، پایان نامه کارشناسي ارشد، دانشگاه تهران، دانشکده فني ، ۱۳۸۰.
- [۳۴] عزیز اسداللهي ، " تحیل بروز و گسترش ترك خوردگي و جداشدگي لایه ها در سازه‌هاي مرکب لایه‌اي تحت اثر بارهاي ضربه‌اي" ، پایان نامه کارشناسي ارشد، دانشگاه تهران، دانشکده فني، دي ماه ۱۳۸۰.
- [۳۵] دکتر رحیمیان، مهندس مرتضي اسکندري قادي، مکانیک محیط پیوسته، دانشگاه تهران، دانشکده فني و دانشگاه علوم و فنون مازندران، ۱۳۷۷.

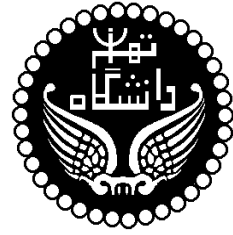
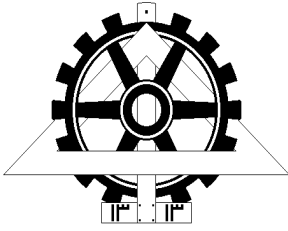
Abstract

Composite laminates due to their high strength and stiffness to weight ratio are widely used in different load carrying structure. It is widely accepted that there exists a significant future prospect for a substantial increase in the contribution of advanced composite material to the design of new aircrafts. These materials were developed because no single, homogeneous structural material could be found that had all of the desired attributes for a give application.

One of the problems that must be investigated in the performance of composite material, particularly in impact condition, is “cracking “ phenomenon. Failure of an individual ply within a laminate does not necessarily mean that component is no longer usable, as other plies may be capable of withstanding considerable greater loads without catastrophic failure. Ply cracks are usually of ‘matrix cracking’ nature that is brittle and destructive, so an accurate model must be adopted.

In this work, a combined finite/discrete element algorithm is developed for modeling and controlling of cracking process. In this type of modeling, each ply or group of similar plies is separately meshed. The interlaminar behaviour of discrete elements is governed by bonding laws, which include contact and friction interactions for the post delamination phase. Interaction and coupling between in-plan cracks and interlaminar delamination has also been considered.

Then according to adopted crack propagation model, cracks are geometrically modeled resulting in creation and growth of cracks, joints, elements, faces. So creation of elements that have distorted shapes is prevented and more accurate finite element solution is guaranteed. A special remeshing algorithm is adopted to maintain compatibility conditions in newly fractured region. Finally several numerical examples are represented that will assess the ability of the method.



Progressive Multi-Cracking of Fiber Composite Structures

By:
Ramin Rahmani Amlashi

Supervisor:
Dr. Sohail Mohammadi

A Thesis Submitted to the Graduate Studies office in partial
Fulfillment of the Requirments for the Degree of M. Sc. in
Structural Engineering

May 2002