

مسئله ۱: رسیکی به شعاع $r = 100 \text{ mm}$ با سرعت زاویه‌ای ω_1

حول محور OC دوران می‌کند. در همان زمان، محور OC مت

زاویه ثابت $\phi = 30^\circ$ با سرعت زاویه‌ای ω_2 حول محور قائم Z

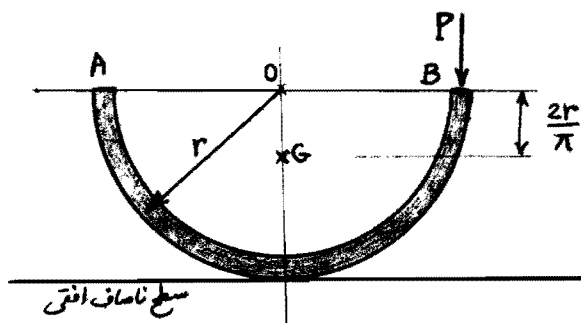
در حال دوران است. بردارهای سرعت v_A و شتاب a_A نقطه A

را در شرایط زیر در سیستم $Oxyz$ بدست آورید:

$$\begin{cases} \beta = 0, R = 150 \text{ mm} \\ \omega_1 = 4 \text{ rad/s}, \dot{\omega}_1 = -3 \text{ rad/s}^2 \\ \omega_2 = 1.5 \text{ rad/s}, \dot{\omega}_2 = 2 \text{ rad/s}^2 \end{cases}$$

(محور x مماس بر مسیر چرخش C حول محور Z است و z' عمود بر صفحه رسیک است)

(۵۰ نمره)



مسئله ۲: جسمی به شکل نیم دایره از لوله‌ای جدار نازک به جرم m

و شعاع r روی سطح ناصاف افقی قرار گرفته است. نیروی قائم P

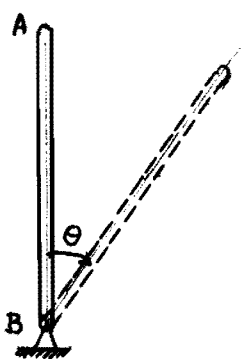
مطابق شکل بر آن وارد می‌شود. فرض می‌شود که جسم بدون لغزش

می‌غلتد. مطلوب است: (a) شتاب زاویه‌ای جسم

(b) حداقل ضریب اصطکاک μ سازگار

با این حرکت.

(۲۰ نمره)



مسئله ۳: میله AB به طول l و به جرم M در نقطه B مفصل

شده است. این میله از حالت سکون در وضع تقریباً قائم رها شده

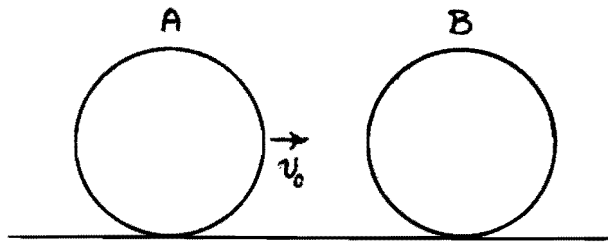
است. مطلوب است محل و حداکثر لنگر خمشی در وضعیت نشان داده

شده در شکل.

$$(\bar{I} = \frac{1}{12} M l^2 \text{ میله})$$

(۳۰ نمره)

مسئله ۴: کره A به جرم m و شعاع r بدون لغزش با سرعت v_0 بر روی سطح افقی می‌چرخد و مستقیماً به کره B که متناهی با آن در حال سکون است برخورد می‌کند. با فرض آنکه ضریب اصطکاک بین کرات و سطح افقی μ باشد و با صرف نظر کردن از اصطکاک بین کرات و برخورد با ضریب بازگشت $e =$ ، مطلوب است:



$$(\bar{I} = \frac{2}{5} m r^2 \text{ کره})$$

- (a) سرعت زاویه‌ای و خطی هر کره بلافاصله پس از برخورد
(b) سرعت کره‌ها پس از آنکه شروع به چرخش می‌کنند
(c) حرکت کره‌ها پس از برخورد را در حالت خاص $\mu = 0$ بررسی کنید.

(۳۰ نمره)

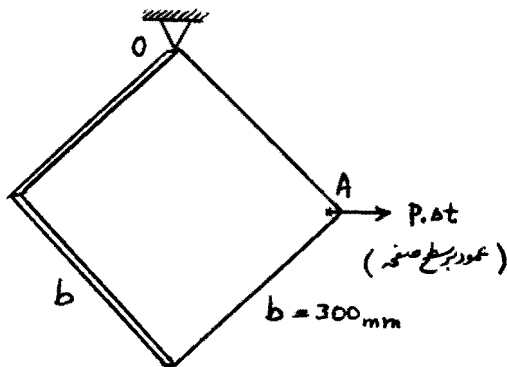
مسئله ۵: یک صفحه مربعی هموزن به جرم 20 kg در حالت

سکون از نقطه O بصورت مفصلی آویزان است. صفحه

تحت اثر نیروی ضربه‌ای $P \cdot \Delta t = 1.20 \text{ N.s}$ عمود بر سطح صفحه

قرار می‌گیرد. بردار سرعت زاویه‌ای صفحه و انرژی جنبشی آن را

بلافاصله پس از برخورد بدست آورید.



$$\left(\begin{array}{c} \text{صفحه مربعی} \\ \bar{I}_x = \bar{I}_y = \frac{1}{12} m a^2 \\ \bar{I}_z = \frac{1}{6} m a^2 \end{array} \right)$$

(۲۰ نمره)

«موفق باشید»

سربیل محمدی

$$\left[\begin{array}{l} \text{لایحه مسئله ۵:} \\ \bar{I} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \text{ ماتریس انرشیا} \\ H_G = \bar{I} \omega \text{ و } T = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 + \frac{1}{2} H_G \cdot \omega \end{array} \right]$$